

Laura AGUIRRE ROS

INDUCCIÓN DE CONTENIDOS
ESTOCÁSTICOS DE MANERA CREATIVA

TFG/*GBL* 2013

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

***INDUCCIÓN DE CONTENIDOS ESTOCASTICOS
DE MANERA CREATIVA***

Laura AGUIRRE ROS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante

Laura AGUIRRE ROS

Título

Inducción de contenidos estocásticos de manera creativa

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

Maria del Carmen PRADOS OSES

Departamento / Saila

Matemáticas / Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2012/2013

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

PREÁMBULO

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psicopedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* ha permitido establecer que el desarrollo cognitivo de chicos y chicas en edades comprendidas entre los once y doce años, se encuentran en la etapa de operaciones concretas y potencialmente en la de operaciones abstractas. Esto ha aportado unas bases para la creación de los materiales que se iban a emplear en el tercer ciclo de Educación primaria, para trabajar conceptos tan abstractos como los estocásticos.

El módulo *didáctico y disciplinar* ha permitido tener en cuenta todos los saberes adquiridos en las asignaturas de Matemáticas y Matemáticas y su didáctica para poder dar la mejor respuesta a los sesgos y problemas que van a encontrarse y a la manera en que van a concretar sus aprendizajes y resolver los problemas.

Asimismo, el módulo *practicum* ha servido para poder enfocar el tema hacia los alumnos y alumnas conocidos en practicums anteriores, permitiendo focalizar las actividades a sus intereses y reconocer las técnicas de refuerzo y de extinción de conducta más eficaces para poder llevar el proyecto a la práctica.

Resumen

El interés por el conocimiento y estudio de la estocástica ha crecido mucho desde sus orígenes. En la actualidad, se encuentra como una rama de las matemáticas dividida en dos: la estadística descriptiva y la estadística inferencial. Este hecho se resuelve para las etapas de educación primaria con la configuración de un bloque de contenidos curriculares que aglutina todos los saberes relacionados con la materia y la presentación en los libros de texto de estas dos ramas en un mismo tema "estadística y probabilidad".

La metodología que subyace en estos libros de texto se corresponde con una visión tradicional de la enseñanza, donde se presentan textos con dificultades para la comprensión de los contenidos que no favorecen el aprendizaje significativo.

Llevándose a cabo metodologías más activas y participativas, a través de juegos y sesiones, -como las que a continuación se presentan,- y analizando sus resultados, los alumnos y alumnas pueden construir su conocimiento de manera creativa y lograrse la inducción de los contenidos estocásticos permitiéndose así un aprendizaje significativo.

Palabras clave: aprendizaje significativo; creatividad; estadística; inducción; probabilidad.

Abstract

The interest in knowledge and study of the stochastic has grown from its origins. Nowadays, it is considered as a mathematics branch divided in two: descriptive statistics and inferential statistics. This is solved for the elementary education with a particular configuration of the curricular content block that brings together all the knowledge related to the subject and the presentation in the textbooks of these two branches on the same theme "statistics and probability".

The methodology which underlies on these textbooks corresponds to a traditional view of education, which presents difficulties in comprehension of the text content that do not stimulate meaningful learning.

Just taking more active and participatory methodologies -through games and sessions, such as the presented below, and analyzing their results-, the students can build their knowledge creatively and achieve induction of stochastic content thus allowing meaningful learning.

Keywords: meaningful learning, creativity, statistics, Induction, probability.

ÍNDICE

Introducción

1. Antecedentes objetivos y cuestiones	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	2
2. Marco teórico	3
2.1. Desarrollo cognitivo	3
2.2. Teorías del aprendizaje	4
2.3. Procesos de enseñanza-aprendizaje	5
2.4. Contenidos curriculares	6
2.5. Didáctica de la estocástica	7
2.6. Motivación	9
2.7. Conclusión	9
3. Materiales y métodos	10
3.1. Análisis del libro	10
3.1.1. Introducción del tema	10
3.1.2. Explicación de los contenidos	10
3.1.3. Resolución de problemas	12
3.1.4. Cálculo mental	13
3.1.5. Uso de las TIC	13
3.1.6. Aclaración de conceptos	13
3.1.7. Evaluación del aprendizaje	13
3.1.8. Conclusión	13
3.2. Materiales aportados	14
3.2.1. Sesión 1	14
3.2.2. Sesión 2	18
3.2.3. Sesión 3	22
3.2.4. Sesión 4	23
3.2.5. Sesión 5	27
3.2.6. Sesión 6	30
3.2.7. Sesión 7	31
3.2.8. Sesión 8	33
3.2.9. Sesión 9	34
4. Resultados y conclusiones	34
4.1. Sesión 1	34
4.2. Sesión 2	39
4.3. Sesión 3	42
4.4. Sesión 4	43
4.5. Sesión 5	48
4.6. Sesión 6	50
4.7. Sesión 7	51
4.8. Sesión 8	53
4.9. Sesión 9	54

Conclusiones

Referencias

Anexos

Anexo 1

Anexo 2

Anexo 3

INTRODUCCIÓN

La información que aparece en estas páginas corresponde a un Trabajo de Fin de Grado perteneciente al Grado de Magisterio de Primaria de la Universidad Pública de Navarra (UPNA).

El trabajo consiste en una propuesta didáctica para la inducción de contenidos estocásticos (estadísticos y probabilísticos) de manera creativa para sexto curso de Educación Primaria.

La elección de este tema, se debe a que realizando el practicum VI de Magisterio en Educación Primaria en un centro escolar, uno de los docentes me ofertó poder llevar a la práctica el último de los temas que iban a ser trabajados en el curso escolar: estadística y probabilidad. Habiendo sido un tema trabajado a lo largo del Grado en una de las didácticas de la asignatura me pareció muy interesante poder llevar a la práctica los conocimientos adquiridos.

La propuesta didáctica surge ante la necesidad de emplear metodologías diferentes a la tradicional para que los contenidos sean inducidos por el alumnado, por lo que se requiere de metodologías más activas y participativas que favorezcan además el aprendizaje significativo.

Esta propuesta, se llevará a cabo en dos aulas diferentes de sexto de primaria, sexto A y sexto C. Son dos clases muy diferentes:

- La clase de sexto A está segregada en grupos, los resultados académicos son muy satisfactorios a nivel general y las necesidades que se encuentran son: tres alumnos que acuden a refuerzo y un alumno con Trastorno de Conducta,
- La clase de 6°C es una clase más unificada, los resultados académicos no son tan satisfactorios porque se encuentran poco motivados al estudio, por lo que suelen encontrarse un alto porcentaje de suspensos en los exámenes. Respecto a las necesidades: hay un alumno con un ACI cursando contenidos de 4 primaria y dos alumnas con refuerzo.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1. Antecedentes

Los orígenes de la estadística se remontan al año 1000 a. C, año del que se tienen las primeras pruebas de las civilizaciones china, sumeria y egipcia sobre el recuento de la población, los bienes y la producción.

Durante muchos años la estadística se utilizó para medir censos, hasta que en los siglos XVII y XVIII la estadística se orienta a algo más que a una simple recogida de datos, se comienza con el análisis de los datos numéricos. Así pues el interés que suscitó encontrar frecuencias en sus sucesos como la mortalidad o la esperanza de vida, entre otros sucesos, incrementó la lucha por el descubrimiento de leyes estadísticas.

En el siglo XIX, se producen dos grandes cambios para la estadística, el descubrimiento de las leyes de los grandes números (Bernoulli y Poisson) y el ajuste de curvas a los datos (Euler, Simpson, Lagrange, Laplace, Legendre y Gauss). Así la estadística queda definida por la British Association for the Advancement of Science como un *"conjunto de hechos, en relación con el hombre, susceptibles de ser expresados en números, y lo suficiente numerosos para ser representados por leyes"*, por lo que la estadística queda reconocida como una sección en 1834 de la Royal Statistical Society.

Poco a poco se crean sociedades estadísticas hasta que en 1885 se crea una sociedad estadística internacional: el Instituto Internacional de Estadística (ISI)

A finales del siglo XX, la estadística se vislumbra como dos partes separadas (Godino y Batanero. pp. 739, 2002):

- La estadística descriptiva que presenta resúmenes de un conjunto de datos mostrando sus características a través de representaciones gráficas. Los datos se comparan y no se usan principios de probabilidad.
- La inferencia estadística que analiza los datos como una muestra de una población con los que predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados en la muestra.

- Esta conceptualización de la estadística en dos partes separadas entre sí, es lo que hoy en día se encuentran en los libros de matemáticas nos incluyen ambas ramas en un temario que suelen llevar como nombre “Estadística y Probabilidad”.

En la actualidad, la estadística y la probabilidad se estudian como dos ramas dentro de los contenidos estocásticos, atendiendo sus contenidos a las conceptualizaciones de la estadística, surgidas a partir del siglo XX. Así pues podemos encontrarnos en el currículo de Educación Primaria un bloque entero de contenidos que se refieren a este ámbito y un tema que los libros de texto destinan para este aprendizaje. Este temario se corresponde con los contenidos más abstractos de la asignatura de Matemáticas que suelen ser trabajados de manera mecánica y a través de libros y métodos tradicionales.

1.2. Objetivos:

- Lograr la inducción de contenidos estadísticos y probabilísticos de manera creativa.
- Utilizar metodologías más activas y significativas para el aprendizaje de los contenidos estadísticos y probabilísticos.
- Relacionar los contenidos estadísticos y probabilísticos con la vida cotidiana.

1.3. Cuestiones:

Tras haber leído mucha información sobre el tema de estadística y la probabilidad, me han surgido las siguientes cuestiones:

- ¿Existirá otro método de trabajar estos contenidos a parte del método tradicional?
- ¿Podrá utilizarse una metodología más adecuada para lograr que se motiven con un tema que consideran aburrido?
- ¿Podrían conseguir inducir los contenidos estadísticos y probabilísticos?
- ¿Por qué siendo temas tan abstractos se utiliza la mecanización como estrategia de aprendizaje?

2. MARCO TEÓRICO

Los aspectos más importantes para poder llevar a la práctica la inducción de los contenidos estocásticos son: el desarrollo cognitivo, las teorías del aprendizaje, los procesos de enseñanza-aprendizaje, los contenidos curriculares, la didáctica de la estocástica y la motivación

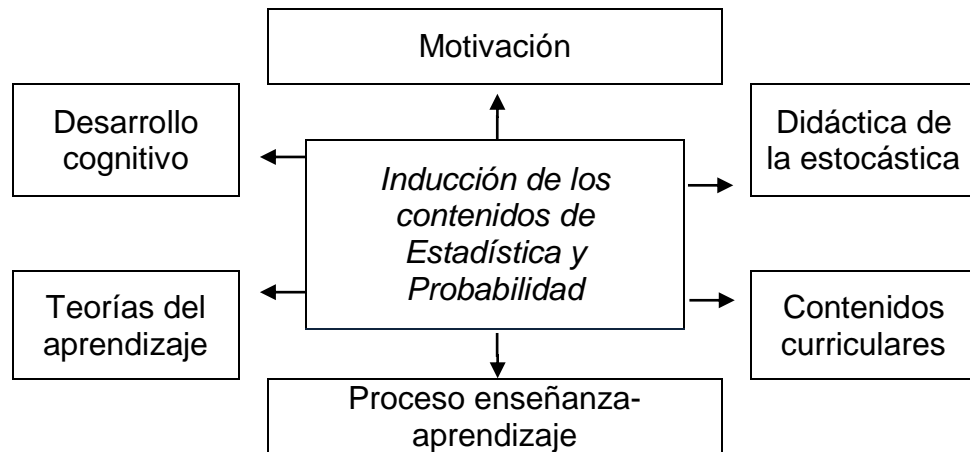


Figura1. Concepciones para la inducción de contenidos estocásticos.

La inducción de contenidos estocásticos parte de los conceptos previos y la experimentación con materiales. Esto, adquiere sentido en la teoría cognitivista del aprendizaje de las matemáticas, la teoría constructivista del conocimiento, el desarrollo cognitivo (Piaget) y el aprendizaje significativo (Ausubel).

2.1 Desarrollo cognitivo:

Según la formación del conocimiento de Piaget, la mayoría de nuestros aprendizajes se construyen de manera activa a través de la experiencia y conocimientos previos, pasando por unas etapas (Delgado et al. 2009). Las más importantes en la construcción del conocimiento estocástico son:

- Etapa preoperacional: el aprendizaje se adquiere por la experimentación basada en la manipulación de los objetos reales.
- Operaciones concretas: surge una forma de pensar capaz de hacer operaciones mentales basadas en una lógica ligada a los objetos.
- Operaciones formales: los sujetos pueden pensar en abstracto, por lo que no tienen que razonar acerca de objetos o situaciones concretas.

Lo que puede suceder en estas etapas es que surja una nueva idea que choque con alguna idea previa, por lo que ha de trabajarse la asimilación o acomodación de ideas.

- La asimilación es la incorporación de datos nuevos por parte del sujeto. Es decir, el sujeto acepta la idea nueva desechando la idea anterior.
- La acomodación es el cambio o reestructuración de los ya existentes.

Por ello debe tenerse en cuenta el factor tiempo. Hay que concederles el tiempo suficiente para que acomoden o asimilen las nuevas ideas, prestando especial atención al hecho de que les cuesta abstraer contenidos y que los contenidos de estocásticos resultan difíciles por su abstracción.

2.2. Teorías del aprendizaje:

La manera de elaborar estos aprendizajes se corresponde con la teoría del aprendizaje cognitivista, desde la que podemos emplear un enfoque constructivista, en el que el aprendizaje suponga un proceso de elaboración en el que se selecciona, organiza y transforma la información estableciendo relaciones entre las ideas nuevas y las ideas previas.

Los puntos más importantes de este tipo de aprendizaje según Díaz y Hernández (2002) son:

- El alumno es responsable de su propio proceso de aprendizaje.
- El alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar, sino que sus contenidos ya tienen un cierto grado de elaboración.
- La función del profesor no se limita a crear condiciones ópticas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que deba orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad

Esta manera de entender el conocimiento será trabajado a través del aprendizaje significativo, donde el aprendizaje no es una asimilación pasiva de información, si no que el sujeto la transforma y estructura (Ausubel 1983, citado en Díaz y Hernández, 2002).

Esta teoría del aprendizaje significativo se caracteriza por:

- La atención se centra en un estudiante mucho más activo e inventivo
- El aprendizaje no es una copia o registro mecánico del material, sino el resultado de la interpretación o transformación de los materiales de conocimiento.
- El contenido del aprendizaje resulta eminentemente activo e implica sobre todo una construcción del aprendizaje por parte del alumno.
- No se trata de grabar conocimientos mecánicamente en la memoria, sino de construirlos activa y significativamente.
- El estudiante procesa los contenidos informativos, da sentido a lo que procesa, construye significados.

2.3. Proceso de enseñanza-aprendizaje:

Para llevar a cabo el aprendizaje significativo, debe realizarse una ruptura del modelo tradicional habitual de la teoría conductista (Godino, Gomez, Gutiérrez, Rico y Sierra, 1991), ya que este método no ayuda a lograr un aprendizaje significativo en el alumnado.

En el tipo de escuela que subyace de una metodología tradicional, el alumnado es un contenedor en el que meter los saberes de manera sistemática y acumulativa desde el exterior por los docentes. Esto supone que la relación entre ambos es vertical y excluyente, el docente está arriba y es transmisor, el alumno por debajo y es receptor.

El aprendizaje es memorístico, carece de significado para el alumnado y no se instala en la memoria a largo plazo, lo que implica justamente todo lo que no quiere conseguirse.

Para conseguir que los alumnos y alumnas induzcan los contenidos estocásticos debe emplearse la teoría del aprendizaje cognitivista (Godino et al., 1991), favoreciendo un aprendizaje más activo y significativo del que subyazca, no la pasividad del alumnado, sino su implicación, la motivación, la atención y el trabajo constante del alumnado.

Desde el punto de vista desde este enfoque, el alumno ya no es un agente pasivo, ya no se limita a escuchar, sino que se implica en el aprendizaje. Es por ello para que el alumnado induzca los contenidos estocásticos, el docente ha de facilitar y posibilitar actividades con las que se impliquen, realicen inferencias y hagan y comprueben hipótesis.

Tabla 1. Diferencias del método tradicional y del aprendizaje significativo.

Aspecto	Metodología Tradicional	Aprendizaje Significativo
Alumnado	Receptor	Activo
Docente	Transmisor	Guía
Aprendizaje	Transmitido y memorístico	Activo y significativo

Para llevar a la práctica el aprendizaje significativo, a la hora de trabajar la estadística y probabilidad se tendrá en cuenta las siguientes estrategias que permiten el logro del aprendizaje significativo (Ballester A., 2002):

- Proporcionar retroalimentación productiva, para guiar el aprendizaje e infundir motivación intrínseca.
- Explicar mediante ejemplos.
- Crear un aprendizaje contextualizado.

2.4. Contenidos curriculares:

El interés por la enseñanza de la estadística y la probabilidad ha aumentado en los últimos años. Este interés ha impulsado una serie de esfuerzos para diseñar un currículo y unos materiales de enseñanza que se ajusten a una construcción del aprendizaje estocástico (contenidos estadísticos y de azar).

En el currículo de Educación Primaria, no puede faltar el desarrollo de estos contenidos, así podemos descubrir dentro del currículo un bloque entero de contenidos que desde el inicio hasta el final de la etapa educativa nos describe los contenidos previsibles para cada ciclo.

Para el tercer ciclo de Educación Primaria, el Currículo de Educación Primaria (2009) define en el bloque número 4 “Tratamiento de la información, azar, y probabilidad”, 9 contenidos sobre la estadística y la probabilidad (Tabla 2).

Tabla 2. Contenidos curriculares estocásticos (3^{er} ciclo de Educación Primaria).

Bloque 4: Tratamiento de la información, azar y probabilidad.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. ▪ Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. ▪ Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos. ▪ La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares. ▪ Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara. ▪ Obtención y utilización de información para la realización de gráficos. ▪ Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso. ▪ Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas. ▪ Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales.

Así pues a la hora de trabajar la estocástica se debe tener en cuenta esta base que ofrece el currículo y sobre la que se debe reflexionar los fines, qué se pretende enseñar y cómo se evaluara el proceso.

2.5. Didáctica de la estocástica y la probabilidad:

La inclusión de la didáctica de la estadística en la didáctica matemática está motivada por sus múltiples implicaciones: ayuda al desarrollo personal fomentado un razonamiento crítico, a comprender otros temas del currículo, es útil para la vida posterior... (Batanero, 2011) Pero, la principal razón es que la estadística y la probabilidad, tienen una fuerte presencia en nuestro entorno.

Los métodos más utilizados para el aprendizaje de la estadística y la probabilidad son: los proyectos estadísticos y la experimentación con fenómenos aleatorios.

- En los proyectos estadísticos, los alumnos y alumnas eligen un tema de su interés que han de desarrollar a través la selección de los instrumentos de recogida de datos y de la investigación.
- En la experimentación en el aula con fenómenos aleatorios (simulados o reales) los alumnos y alumnas crean intuiciones estocásticas correctas.

Un punto importante en la enseñanza de la estadística y la probabilidad es el uso de materiales manipulativos. En el tercer ciclo, este aspecto sigue siendo importante porque se encuentran estancados entre la etapa de operaciones concretas y la de operaciones abstractas. El hecho de manipular los objetos, permite una ayuda extra para entender algunos términos abstractos que el estudio estadístico y probabilístico implican. Por ello deben ofrecerse situaciones en la que el alumnado pueda explorar de forma activa, experimentado y simulando diferentes modelos.

A la hora de utilizar el material, hay que tener en cuenta que la experimentación por sí sola no es suficiente, sino que es necesario organizar una situación didáctica que unida a la manipulación del material organice el aprendizaje. Por lo tanto, el uso del material necesita de una propuesta didáctica. Así en el caso de la estadística y la probabilidad, nos exige de una investigación previa, una experimentación, una recogida de resultados, el cálculo de diferentes conceptos propios de ambas ramas, elaboración de tablas, gráficos, encuestas, enunciación y comprobación de hipótesis...

Aparte de crear una situación didáctica debemos tener en consideración algunos puntos específicos del estudio estadístico y probabilístico que en otros ámbitos de las matemáticas no sucede. Esto sucede por ejemplo con la irreversibilidad en experimentos aleatorios, por ejemplo al girar una ruleta (no podemos asegurar que al hacer el movimiento inverso quedará fijada en la situación inicial) o con la repetición del experimento aleatorio (no podemos asegurar que suceda de la misma manera), sucesos que si ocurrirán al resolver una operación matemática.

Pero al igual que la irreversibilidad y la repetición de los experimentos en la aleatoriedad también encontramos otros problemas en la parte de la estadística como la variabilidad, la generalización de conclusiones, la posibilidad de predicción...

Al ser la estadística y la probabilidad conceptos muy abstractos, debe utilizarse el material para poder llevar a la práctica mediante simulaciones aquellos experimentos aleatorios que sean difíciles de observar.

2.6. Motivación:

En la práctica docente según Gómez (1991) es necesario tener en cuenta estos puntos:

- Un estudiante motivado aprende mejor que el que no lo está.
- Aprender motivado por el éxito es preferible a aprender motivado por el fracaso.
- El aprendizaje bajo motivación intrínseca es mejor que el aprendizaje bajo motivación extrínseca.
- La participación activa es mejor que la participación pasiva
- Se aprende con más disponibilidad cuando el material y las tareas son significativas.
- No hay sustituto para la práctica repetitiva de destrezas o hechos que han de ser automatizados.
- Conocer los propios errores y los resultados correctos ayuda al aprendizaje.
- La transferencia a nuevas tareas será mejor, si en el aprendizaje el aprendiz ha descubierto las relaciones por sí mismo si ha tenido experiencias de aplicación de los principios.

Por ello, es tan importante el empleo de un aprendizaje significativo, partir de sus intereses, permitirles participar activamente del aprendizaje a través de la experimentación y manipulación de los recursos, en definitiva, crear situaciones que les motiven, en este caso, al aprendizaje estocástico.

2.7. Conclusión:

Así pues, de las dos teorías de las que subyace el aprendizaje de las matemáticas, la utilización de la teoría cognitivista es la que más va favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje en la inducción de los contenidos estocásticos y probabilísticos, ya que se basa en la disponibilidad cognitiva (etapas de Piaget), el aprendizaje Significativo de Ausubel, el aprendizaje por descubrimiento para la resolución de problemas y la concepción el currículo como un continuo (Godino et al, 1991).

3. MATERIALES Y MÉTODOS

En la clase de 6º de primaria, se usa en la asignatura de Matemáticas el libro Matemáticas para 6º de Primaria del Proyecto Mundo Agua de Edelvives y “Estadística y probabilidad” es el título del último tema del libro (Anexo 1).

A continuación, se explicará cómo se desarrolla el tema de estadística en el libro y se hará una breve valoración para comprobar si el método utilizado se corresponde con metodologías activas y significativas, para si no, crear materiales y métodos que más se ajusten a estos métodos.

3.1. Análisis del libro:

El tema está distribuido en seis secciones diferentes: Introducción del tema, explicación de los contenidos, resolución de problemas, cálculo mental, uso de las TIC, aclaración de conceptos y autoaprendizaje.

3.1.1 Introducción del tema:

En la introducción del tema se ven dos partes diferenciadas: en una de ellas, se presenta a un personaje histórico (Edna Paisano) y en la otra tratan el valor del esfuerzo. Sobre cada lectura se proponen una serie de actividades y a continuación se propone una actividad grupal de búsqueda de información.

Esta iniciación al tema no es eficaz, ya que el personaje solo sirve para mencionar la estadística. Tendría que haberse utilizado algo más cercano al alumnado y que implicará una activación de contenidos. Respecto a la lectura sobre el esfuerzo puede resultar interesante pero no está relacionada con el tema.

Igualmente, las actividades no son las más adecuadas para introducir un tema. Una de ellas “Buscad información sobre el censo de vuestra ciudad y realizad una tabla de frecuencias y un gráfico de barras con el número de hombres y mujeres”, no es apropiada para iniciarse con el tema, ya que nombra un concepto que no van a saber utilizar previo a una explicación.

3.1.2. Explicación de los contenidos:

Es la parte con más peso del tema donde se destinan seis páginas para la explicación de los contenidos.

Inducción de contenidos estocásticos de manera creativa

Los conceptos son trabajados a partir del enunciado de un problema. Antes de presentarse los datos se nombra el concepto y tras la resolución del problema, se explica qué representa el material ejemplificado (Figura 3).

Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Los 25 alumnos y alumnas de la clase de 6º, han hecho una evaluación de diagnóstico y su profesor ha representado los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias.

Notas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	1	$1:25 = 0'04$
3	2	$2:25 = 0'08$
4	3	$3:25 = 0'12$
5	7	$7:25 = 0'28$
6	6	$6:25 = 0'24$
7	3	$3:25 = 0'12$
8	2	$2:25 = 0'08$
9	1	$1:25 = 0'04$
Total	25	1

En la primera columna ha representado las puntuaciones posibles.

En la segunda columna ha representado la **frecuencia absoluta** o el número de veces que se ha repetido una nota entre los alumnos.

En la tercera columna ha representado la **frecuencia relativa**, que se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de cada nota entre el número total de alumnos.

Al dato con mayor frecuencia absoluta lo llamamos **moda**, en este caso 5.

La suma de las frecuencias absolutas es igual al número de sucesos posibles, en este caso 25.

La suma de las frecuencias relativas es igual a la unidad.

Figura 3. Ejemplo Frecuencia absoluta y frecuencia relativa.

Fuente: Matemáticas para 6º de Primaria. Edelvives. Pp.200, Granada. 2011

Esta forma de explicar los contenidos no es la más adecuada ya que los alumnos y alumnas no van a entender el enunciado del problema por desconocer el significado de diagnóstico y frecuencias.

En cuanto a la manera en la que les explican los contenidos, los conceptos aparecen en negrita, en algunos ejemplos aparece la definición concreta pero en otros solo se nombra qué representa el concepto (como en la frecuencia relativa) por lo que no se obtiene una definición que puede generalizarse.

En algunas páginas se nombran conceptos en el margen, en un pequeño recuadro de observa, que puede pasar por desapercibido si no se presta mucha atención.

Las imágenes son muy coloridas. Son dibujos en la que aparecen niños y niñas realizando acciones como jugar al baloncesto o los dados. No ocupan mucho espacio y sirven para ilustrar los problemas.

Teniendo en cuenta los contenidos curriculares, los ejercicios que se presentan tras las explicaciones no terminan de trabajar la utilización de encuestas y la observación para recoger datos y la realización de gráficas para presentarlos, ya que en todos los ejercicios les proponen los datos recogidos y ninguno les hace elaborar gráficas.

3.1.3. Resolución de problemas:

Para este apartado se utilizan dos páginas del libro. En la primera parte de la sección se explican las estrategias necesarias para resolver un problema: búsqueda de datos, operaciones y solución, ejemplificándose a través de la resolución de un problema.

A continuación se presentan 7 ejercicios diferentes para que apliquen estas estrategias. Un hecho relevante es que de los 7 problemas propuestos y tras aparecer al final de la explicación de todos los conceptos, solo uno de los problemas abarca conceptos del tema de estadística y probabilidad.

Abarcando tantos conceptos este tema, debía haberse presentado más problemas relacionados con la estadística y la probabilidad.

3.1.4. Cálculo mental:

En este apartado, en una página, se encuentra la explicación de cómo añadir un 1% a una cantidad añadiendo a la misma una centésima parte y tres ejercicios para que hagan el cálculo.

Al igual que en la resolución de problemas, no tiene que ver nada con el tema de estadística y probabilidad. Puede ser un recurso interesante atendiendo a la globalidad de una asignatura que se trabaja a partir de una evaluación continua pero es una información innecesaria desde el punto de vista del estudio.

3.1.5. Uso de las TIC

Este recurso es interesante porque explica la construcción de tablas y el cálculo de la media aritmética y la moda. El contenido puede resultar difícil de entender. Quizá hubiera sido más útil la explicación de cómo realizar gráficos utilizando tablas, ya que es un contenido curricular que hubiera sido interesante trabajarlo a través del ordenador.

3.1.6. Aclaración de conceptos:

Los alumnos y alumnas tienen que esperar a la explicación de todos los conceptos para encontrarse una página en la que se les defina cada uno de ellos de manera concreta y útil para reconocerlos en cualquier ejercicio.

Casi todos los conceptos están adecuadamente explicados, solo uno de ellos, la mediana, requeriría de más información ya que queda definida como “el valor central de una serie ordenada de datos” por lo en este caso podrían errar al encontrarse medianas de datos pares e impares.

Sin embargo resulta un buen apartado para englobar los contenidos, sólo que deberían estar correctamente explicados y podría ser interesante incluir un pequeño ejemplo para que pudiera ser una hoja de resumen para el estudio.

3.1.7. Evaluación del aprendizaje:

Este es un recurso útil para el aprendizaje. El alumnado va a encontrarse actividades en las que va a poder repasar los conceptos y procedimientos de estadística y probabilidad.

Hay 8 ejercicios, uno de ellos teórico y el resto prácticos. Los ejercicios prácticos son interesantes. Aunque uno de ellos no se corresponde con la estocástica y probabilística, el resto son muy útiles para llevar a la práctica los conceptos.

3.1.8. Conclusión:

Este libro, no es un libro fácil para que los alumnos o alumnas puedan aprender por sí mismos, no parte de sus conocimientos previos y la manera en que se explican las cosas requeriría de más explicaciones para comprender como se ha de trabajar cada concepto, como es el caso de la mediana.

Aunque es interesante que parta de problemas para explicar los conceptos algunos de ellos son de difícil comprensión, porque preguntan las cosas por el nombre del contenido sin haberlo explicado. Esto implica que en la fase de trabajo del contenido el papel del docente es esencial: se observa la necesidad de que explique el enunciado de los problemas y de que formule los contenidos de una manera general. Es decir, el alumnado con el libro solo puede generar dudas y no dar respuesta a la construcción de su aprendizaje.

Debido a esta metodología más tradicional que subyace del libro, puede decirse que no es un recurso adecuado para la inducción por parte de los alumnos y alumnas de los contenidos. Tampoco favorece el aprendizaje activo y participativo necesario para un aprendizaje significativo.

3.2. Materiales aportados:

Por ello se hace necesario crear una serie de materiales y juegos que susciten el interés del alumno o alumna por el aprendizaje y les hagan partícipes de aquello que conocen para explicar a continuación lo que desconozcan.

A continuación se presentarán una serie de materiales que serán utilizados a lo largo de 8 sesiones previas a un examen y de los que podrán realizarse una discusión de resultados para dotar de significatividad al estudio.

3.2.1. Sesión 1:

Esta sesión está planteada para inducir los contenidos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa, moda, media aritmética, mediana y rango.

Motivación:

Para comenzar la sesión se pide a los alumnos que guarden lo que tienen en sus mesas porque se trabajará entre todos con el ordenador y la pizarra digital, de esta manera, además se evitan posibles distractores.

En este momento se explicará que vamos a hacer un estudio de la temperatura de esa misma tarde (13:00-21:00). Se pedirá a un alumno o alumna que nos diga donde vive y se acudirá a la página www.tiempo.es para realizar una impresión de ese día que será llevada a Paint para remarcar las horas del estudio como en la Figura 4.

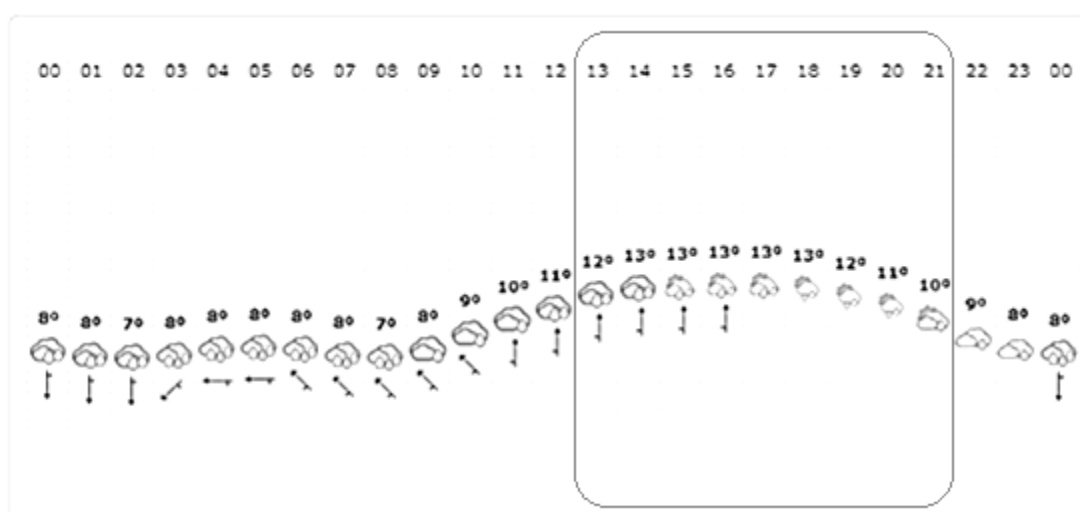


Figura 4. Ejemplo de las temperaturas a día 5 de Mayo del 2013.

Desarrollo:

La Figura 4 será colocada en un documento Word, donde se observará a cuantas horas se va a referir el estudio (9 horas) y se presentarán las temperaturas como en la figura 5.

12°C	13°C	13°C	13°C	13°C	13°C	12°C	11°C	10°C
------	------	------	------	------	------	------	------	------

Figura 5. Ejemplo de las temperaturas obtenidas en el climograma.

Con todo esto, se pedirá a los alumnos que fijándose en la imagen de la Figura 4 y los datos recogidos en la Figura 5 digan todo lo que puedan, mientras se anotan en el documento.

A continuación se realiza una previsión de las repuestas para poder ejemplificar el desarrollo de la sesión.

Predicción de las respuestas:

- *La temperatura mínima será de 10°C y la máxima de 13°C.*
- *Se repite más veces 13°C.*
- *Media de temperatura. Si no la dicen se pueden hacer preguntas para que la propongan.*

A partir de las respuestas se analizarán los puntos que hagan referencia a los conceptos estocásticos que resultan interesantes:

- *Se repite más veces 13°C.* Se indicará que el dato que más veces se repite es la *Moda*. Se les preguntará qué pasa con los demás datos y tras analizarlos, realizaremos una tabla (Tabla 3).

Tabla 3. Frecuencia absoluta de las temperaturas analizadas.

Temperatura	Número de veces
10°C	1
11°C	2
12°C	1
13°C	5
Total	9

Se indicará que el número de veces que se repite un suceso se llama frecuencia absoluta. En este momento deberá explicarse qué es la frecuencia relativa y cómo se calcula (cociente de la frecuencia absoluta entre el número total de datos) y la anotaremos en nueva columna de la tabla tal y como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Ejemplo de las frecuencias de las temperaturas analizadas.

Temperatura	F. Absoluta	F. Relativa
10°C	1	$1/9 \approx 0'11$
11°C	2	$2/9 \approx 0'22$
12°C	1	$1/9 \approx 0'11$
13°C	5	$5/9 \approx 0'55$
Total	17	≈ 1

En este caso, aprovechando que con la frecuencia absoluta se obtienen ordenados los datos de temperaturas se presentarán los datos ordenados como se muestra en la Figura 6.

10°C	11°C	11°C	12°C	13°C	13°C	13°C	13°C	13°C
------	------	------	------	------	------	------	------	------

Figura 6. Ejemplo de los datos ordenados de las temperaturas analizadas.

10 grados de mínima y 13 de máxima. Se pedirá a los alumnos y alumnas que observen la *Tabla 4* y si no ha salido antes se preguntará cuál es la diferencia de temperatura. La respuesta será $13-10=3$.

Se indicará que a la diferencia entre el mayor dato y el menor dato de una serie de datos ordenados se le llama *Rango*.

- *Media de temperatura.* Será calculada entre todos, para ello, se pedirá que indiquen como se obtiene la *Media* de temperatura (cociente entre la suma de todos los datos entre el número de datos).

$$\text{Media} = \frac{7+8+8+8+9+9+10+10+11+12+12+13+13+13+13+13}{17} = 9'94^\circ$$

El último de los conceptos a trabajar es la *Mediana*, un concepto que seguramente no podrá trabajarse a partir de la predicción de respuestas. Para trabajarlo se tomará la Figura 6y les indicaremos que falta un contenido que se llama mediana y que representa el valor central de una serie de datos ordenados.

Para hallar la posición que ocupa el dato de la mediana en la secuencia ordenada de datos utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\text{Valor posicional de la Mediana} \rightarrow \frac{\text{Número de datos} + 1}{2}$$

Así pues, en el ejemplo, el valor posicional de la mediana será:

$$\text{Valor posicional de la mediana} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Ese 5, representa que el quinto dato de la secuencia ordenada es la mediana. A continuación, se acudirá a la secuencia ordenada (Figura 6) y contando hasta el quinto dato, obtenemos que 13°C es la mediana.

Una vez concluida la dinámica, se les pedirá que anoten en el cuaderno la definición de los conceptos trabajados. Para ello se abrirá un documento de Word en el que aparezcan resumidos los conceptos de la sesión (Figura 7).

La *frecuencia absoluta* es el número de veces que se repite un suceso.

La *frecuencia relativa* se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de casos.

En una serie de datos, la *moda* la representa el dato de mayor frecuencia absoluta.

La *media aritmética* de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

En una serie de datos ordenados, el *rango* es la diferencia entre el mayor y el menor.

La *mediana* es el valor central de una serie ordenada de datos.

- La mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos impar es aquel que ocupa el lugar central. Ej. 5, 7, 8, 11, 14

Para calcular el valor posicional del dato que representa la mediana utilizaremos la formula:

$$\text{Valor posicional de la Mediana} \rightarrow \frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{5+1}{2} = 6 = 3$$

Una vez obtenido la posición del dato, acudiremos a la secuencia ordenada de datos para localizar qué número representa la mediana.

$$\text{Mediana} = 8$$

Figura 7: Explicación de los conceptos de la parte de estadística.

3.2.2. Sesión 2:

Esta sesión está planteada para la inducción de los contenidos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa, moda, media aritmética, mediana y rango.

Motivación:

Para comenzar la sesión se elegirán diez voluntarios a los que se les pedirá que nos digan su número de calzado mientras se anotan en la pizarra.

Inducción de contenidos estocásticos de manera creativa

Desarrollo:

Para poder realizar la explicación de la sesión se propone una predicción ordenada de los resultados del número de calzado de 10 voluntarios (Figura 8).

36	37	37	36	38	38	38	39	39	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 8. Ejemplo del número de calzado de los diez participantes.

A partir de estos datos se pregunta que pueden decir sobre estos datos mientras son escritos en el documento.

Predicción de las respuestas:

- *El pie más pequeño es 36 y el más grande 40.*
- *El que más veces se repite es el 38.*
- *Una diferencia de 3 entre el pie más grande y el más pequeño.*
- *Podemos calcular la media de pie de la clase.*
- *La mediana. (En el caso de que recuerden la sesión anterior).*

Una vez que sus respuestas están anotadas, se analizará aquellas que hagan referencia a los conceptos estadísticos:

- *El que más veces se repite es 38.* Se indicará que al dato que más veces se repite se le denomina *Moda*.

Se preguntará: - ¿qué es lo que pasa con los demás datos? -. Se comentará entre todos las veces que aparece cada dato (frecuencia absoluta) y a continuación los ordenaremos en una tabla (Tabla 5).

Tabla 5. Ejemplo de cómo se ordenará los datos (números de pie).

Número de calzado	F. absoluta
36	2
37	2
38	3
39	2
40	1
TOTAL	10

Una vez realizada esta tabla se explicará que el número de veces (número de personas) que aparece cada número de calzado (suceso) se denomina *frecuencia absoluta* y se indicará en una tabla tal y como se muestra en la Tabla 5.

Llegado este momento, se dirá que en la sesión anterior se calculó otra frecuencia, la *frecuencia relativa*. Se recordará que esta frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos y se calculará todas las frecuencias relativas completando la Tabla 5 tal y como muestra la Tabla 6.

Tabla 6. Ejemplo de frecuencias de los datos números de calzado.

Número de calzado	F. Absoluta	F. Relativa
36	2	$2/10 = 0'2$
37	2	$2/10 = 0'2$
38	3	$3/10 = 0'3$
39	2	$2/10 = 0'2$
40	1	$1/10 = 0'1$
TOTAL	10	1

- *El pie más pequeño es 36 y el más grande el 40:* En este caso se dirá que lo que se obtiene es el *rango*, la diferencia que existe entre el dato mayor y el menor en una secuencia de datos ordenadas.

$$\text{Rango} = 40 - 36 = 4$$

- *Medía de número de pie:* Se calculará entre todos la *media* que será el cociente entre la suma de todos los datos entre el número de datos.

$$\text{Media} = \frac{(2 \times 36) + (2 \times 37) + (3 \times 38) + (2 \times 39) + 40}{10} = \frac{378}{10} = 37'8$$

- *Mediana:* En este momento para recordar cómo se calculaba con datos impares se suprimirá de la Figura 9 uno de los datos dando como resultado la Figura 8 y se calculará la mediana de esos nueve datos.

36	36	37	37	38	38	38	39	39
----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 9. Ejemplo de los nueve números de pie ordenados.

$$\text{Valor posicional de la mediana} = \frac{\text{Número total de datos} + 1}{2} = \frac{9 + 1}{2} = 5$$

$$\text{Mediana} = 38$$

A continuación se observará de nuevo la Figura 8, ya que en este caso la realización de la mediana requiere de una explicación, ya que como observarán, ningún dato de los conocidos dejará a ambos lados el mismo número de datos, por lo que deberá “crearse” uno nuevo.

Para calcular ese dato creado, se hará la media aritmética de los dos valores que ocupan los lugares centrales. Para localizar estos valores se propondrá utilizar la fórmula:

$$\text{Valor posicional de la mediana} = \frac{\text{Número total de datos} + 1}{2}$$

Al tratarse de un número total de datos pares, al sumarle la unidad y hacer el cociente entre dos obtendremos un número decimal. Como no hay un valor que ocupe un lugar decimal, para obtener la mediana calcularemos la media aritmética entre los valores enteros entre los que se encuentra el valor posicional obtenido con la formula.

$$\text{Valor posicional de la mediana} = \frac{11}{2} = 5.5$$

Como no existe el dato 5.5, lo crearemos entre las posiciones 5 y 6 en este caso. Así pues acudiremos a la secuencia ordenada para localizar ambos datos y hacer su media aritmética para obtener la mediana.

$$\text{Mediana} = \frac{38+38}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

Para terminar la sesión deberán completar en los cuadernos la Figura 7 con la información del cálculo de la mediana, como se observa en la Figura10.

La *frecuencia absoluta* es el número de veces que se repite un suceso.

La *frecuencia relativa* se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de casos.

En una serie de datos, la *moda* la representa el dato de mayor frecuencia absoluta.

La *media aritmética* de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

En una serie de datos ordenados, el *rango* es la diferencia entre el mayor y el menor.

La *mediana* es el valor central de una serie ordenada de datos.

- La mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos impar es aquel que ocupa el lugar central. Ej. 5, 7, 8, 11, 14

Para calcular el valor posicional del dato que representa la mediana utilizaremos la formula:

$$\text{Valor posicional de la Mediana} \rightarrow \frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{5+1}{2} = 6 = 3$$

Una vez obtenido la posición del dato, acudiremos a la secuencia ordenada de datos para localizar qué número representa la mediana.

$$\text{Mediana} = 8$$

- La mediana de un conjunto ordenado de elementos par es la media aritmética de los dos valores que ocupan el lugar central. Ej. 5, 7, 8, 12, 13, 16

Para calcular el valor posicional del dato que representa la mediana utilizaremos la formula:

$$\text{Valor posicional de la Mediana} \rightarrow \frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{7}{2} = 3'5$$

Como no existe el dato 3'5, lo crearemos entre las posiciones 3 y 4 en este caso. Así pues acudiremos a la secuencia ordenada para localizar ambos datos y hacer su media aritmética para obtener la mediana.

$$\text{Mediana} = \frac{8+12}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Figura 10. Explicación de los contenidos estadísticos (completo).

3.2.3. Sesión 3:

Esta sesión será utilizada para repasar y resolver las dudas sobre los conceptos estadísticos de: frecuencia absoluta y frecuencia relativa, moda, media, rango y mediana.

Motivación:

Se les explicará que vamos a repasar lo visto en las dos sesiones anteriores y que la sesión se dividirá en dos partes: una en la que podrán hacer preguntas o comentarios sobre los conceptos trabajados y otra en la que harán ejercicios

Inducción de contenidos estocásticos de manera creativa

que serán trabajados de manera diferente, además de que serán ejercicios como los que se podrán encontrar en el examen.

Desarrollo:

Se comenzará la sesión permitiendo que hagan preguntas sobre dudas o comentarios de los conceptos ya trabajados. Estas dudas se resolverán en la pizarra haciendo ejercicios.

A continuación, se les indicará que deberán sacar el libro de ejercicios y que se coloquen en parejas. En vez de resolverlos directamente, se les dará tiempo para que puedan plantearse cada ejercicio y después los resolverán en la pizarra. Es decir, si se comienza por el ejercicio 1 de Frecuencias absoluta y relativa, se les dará dos o tres minutos para que por parejas se planteen como hacerlo. Pasados esos tres minutos, se preguntará a algunas parejas como se plantearon resolver el problema y se pedirá un voluntario para que lo haga en la pizarra, siendo ayudados por el resto de sus compañeros y compañeras.

Ejercicios para hacer (Anexo 2):

- Ejercicio 1 de Frecuencias y Moda.
- Ejercicios 1, 2 y 3 de Media Aritmética,
- Ejercicio 2 y 3 de Mediana.

Predicción de los problemas y errores que se van a encontrar:

- *Identificar la mediana con un dato que se corresponda al cociente del tamaño de la muestra entre dos, sin localizar el valor al que se refiere.*
- *No ordenar los datos en los ejercicios que no lo indiquen.*

3.2.3.Sesión 4:

Esta sesión está planteada para la inducción de los contenidos de azar, las clases de sucesos y el cálculo de probabilidades.

Motivación:

La sesión comenzará mediante un dialogo sobre el azar haciéndose preguntas sobre qué es y en qué situaciones les parece que interviene el azar.

Una vez que tengan claro que es el azar, se colocarán por parejas y se repartirá una moneda de un euro a cada pareja, que no tendrán que utilizar hasta que se realice un experimento (parte final de la sesión).

Desarrollo:

La primera parte de la dinámica será un ejercicio de expresión oral en el que el docente va a guiar la sesión a través de preguntas permitiendo que los alumnos y alumnas puedan hacer cualquier comentario para poder obtener los contenidos de la sesión.

Se explicará que vamos a hacer una dinámica para experimentar el azar con monedas, con lo que entre todos se analizarán las monedas que se les han dado para llegar a la conclusión de que no están trucadas y de que todas las monedas son iguales.

A continuación se preguntará: si lanzamos la moneda ¿qué ocurrirá? A lo que seguramente responderán: Saldrá cara o cruz. Probablemente sólo surja esta respuesta porque vean que engloba a todos los sucesos posibles. Obtenida esta respuesta se preguntará: y... ¿por qué no ocurrirá otra cosa?

Antes de colocar los tipos de sucesos en una tabla (Tabla 7), se preguntará si saben qué es un suceso y se aclarará que “un *suceso* es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio”. Como verán que en la tabla hay tres columnas se preguntará: ¿Qué ocurrirá si lanzo la moneda? ¿Qué no ocurrirá si lanzo la moneda? ¿Siempre que lanzamos la moneda nos da igual que salga cara o cruz? Con las respuestas de estas preguntas rellenaremos la tabla 6 colocando las etiquetas de suceso seguro, probable e imposible.

Tabla 7. Ejemplo de los sucesos en el lanzamiento de una moneda.

Suceso seguro	Suceso probable	Suceso imposible
Sacar cara o cruz	Sacar cara Sacar cruz	Sacar cara y cruz Caer de canto

En este momento se definirá el tipo de suceso, para ello, se preguntará qué diferencias ven entre cada suceso. Entre las repuestas que se obtengan se dará como acertada aquella que defina que: el *suceso seguro* ocurre siempre, el *suceso probable* puede ocurrir o no y el *suceso imposible* no ocurre nunca.

A continuación, se analizarán los casos posibles y recordando que tras analizar la moneda se observó que no estaba trucada, se preguntará: si lanzo la moneda ¿qué creéis que saldrá? ¿Cara o cruz? ¿Por qué?

Si con estas preguntas no llegan a la conclusión de que hay la misma probabilidad de sacar cara y sacar cruz se podrá preguntar: y si se va a hacer un sorteo y depende del lanzamiento de una moneda ¿qué será mejor que escoja? ¿Cara o cruz?

Cuando ya hayan llegado a la conclusión de que sacar cara y sacar cruz tienen la misma probabilidad, se les indicará que existe una fórmula para medir la probabilidad de un suceso y consiste en hacer el cociente entre los casos favorables y los casos posibles.

En este caso si se hace un lanzamiento y se elige cara, entonces se tendrá un caso favorable (sacar cara) entre dos posibles (sacar cara o sacar cruz).

$$\text{Probabilidad de un suceso (sacar cara)} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{2}$$

Para comprobar la fiabilidad o no del azar, se hará un pequeño experimento (adaptación de: Batanero, 2011, 153-159).

A partir del estudio de la probabilidad de sacar cara se preguntará y que sucederá si lanzamos la moneda 20 veces. Probablemente será que suceda una cifra parecida a que haya 10 caras y cruces.

En este momento, se les mandará que anoten por parejas una predicción de 20 lanzamientos, marcando C cuando salga cara y + cuando salga cruz, tal y como se puede observar en la Figura 11.

C	C	+	C	+	+	+	C	C	+
+	C	C	+	C	+	C	C	+	+

Figura 11. Ejemplo de una predicción de 20 lanzamientos.

A continuación, se marcará con una X, en una tabla (Tabla 8) el número de caras que cada pareja haya predicho, para poder analizar la frecuencia absoluta del número de caras.

Tabla 8. Predicción de las caras obtenidas por las parejas en la simulación.

Numero de caras	Frecuencia absoluta
9	2
10	8
11	3

Una vez realizada la tabla, se explicará que se va a comprobar si las predicciones obtenidas se van cumplir. Para ello se pedirá que realicen el experimento lanzando la moneda y que anoten sus resultados como se muestra en la Figura 12.

C	+	C	C	+	C	+	+	C	+
C	+	C	+	C	+	C	+	+	C

Figura 12. Resultados obtenidos al lanzar 20 veces una moneda.

Tomaremos en una tabla (Tabla 9) la frecuencia absoluta de las caras obtenidas en el experimento real.

Tabla 9. Predicción de las caras obtenidas por las parejas en el experimento.

Numero de caras	Frecuencia absoluta
7	1
8	2
9	2
10	5
11	3
12	1

A continuación se analizarán los resultados obtenidos en esta tabla dejándoles comentar las cosas que les han llamado la atención.

A través de preguntas se les hará llegar a la conclusión de que aunque se sepa la probabilidad que tiene un suceso esto no quiere decir que vaya a suceder así, ya que el azar es un factor no vamos a poder controlar.

En este momento se podrá llegar a la conclusión de que lanzar una moneda al aire es un fenómeno aleatorio, ya que un fenómeno aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar.

Para terminar la sesión deberán anotar en los cuadernos la información de los contenidos trabajados hoy (Figura 13).

Un *fenómeno aleatorio* es aquel cuyo resultado depende del azar.

Un *suceso* es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.: un *suceso es seguro* si ocurre siempre, un *suceso es probable* si puede ocurrir o no y un *suceso es imposible* si no ocurre nunca.

La *probabilidad de que ocurra un suceso* en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Figura 13. Contenidos de la parte de probabilidad.

3.2.5 Sesión 5:

Esta sesión está planteada para trabajar los contenidos de *azar*, las *clases de sucesos* y el *cálculo de probabilidades*.

Motivación:

Se comenzará corrigiéndose la tarea de la sesión anterior y a continuación se explicará que se va a jugar a “La carrera” (adaptación de: Wilhelmi, 2004).

Desarrollo:

Para iniciar la dinámica se dividirá la clase en diez grupos, por lo que habrá grupos de tres y de dos participantes. Se colocarán por grupos y después de que hayan copiado la Tabla 10 en una hoja se les darán dos dados por grupo.

Tabla 10. Tabla base de suma y lanzamiento de dos dados.

Suma	Lanzamientos
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

El objetivo es ver qué número entre el 2 y el 12, ambos incluidos, gana una carrera. Cada uno de los números será la suma del valor de dos dados.

En este momento les pedimos que se repartan los números, sin repetirlos. Para poder realizar la explicación del juego se utilizará como ejemplo una partida inventada entre dos jugadores. Así, La Tabla 11 representa la repartición de los 11 números de la carrera entre estos dos jugadores.

Tabla 11. Ejemplo de repartición de las sumas entre dos jugadores.

Suma	Lanzamientos
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Una vez que hayan repartido los números, se les explica que deben lanzar los dados por turno, sumar las cifras obtenidas y hacer una marca en la columna “lanzamiento” según corresponda. Deberán tirar los dados tantas veces como sean necesarias para que una de las once sumas alcance las 10 marcas.

En el ejemplo, una vez repartidas las sumas y tras los lanzamientos necesarios, ha salido como ganador el número 8 (Tabla 12).

Tabla 12. Ejemplo de una partida entre dos jugadores.

Suma	Lanzamientos									
2	X									
3	X	X	X							
4	X	X	X	X	X	X				
5	X	X	X	X	X	X				
6	X	X	X	X	X	X	X	X		
7	X	X	X	X	X	X	X	X		
8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
10	X	X	X							
11	X	X	X							
12										

Terminadas todas las partidas haremos una tabla con los números ganadores de las 10 partidas y las frecuencias absolutas (Tabla 13).

Tabla 13. Ejemplo de la frecuencia absoluta de los ganadores en las partidas.

Ganador	Frecuencia absoluta			
2				
3				
4				
5				
6	X	X		
7	X	X	X	X
8	X			
9	X			
10				
11				
12				

Se observará los resultados de la tabla y se analizará qué número ha ganado más veces, qué números han ganado alguna partida y cuáles no han ganado. Una vez analizados los datos, se intentará que lleguen a la conclusión de que los números que ganaron tenían más probabilidad de ganar porque podía darse la suma de más maneras que el resto.

Tras esta conclusión se pedirá a los grupos que expliquen con qué criterio se eligió cada número. Después se decidirá que el mejor criterio para seleccionar los números hubiera sido tener en cuenta cuáles tenían más probabilidad de salir, por lo que se calcularán las probabilidades de cada número (Tabla 14) para establecer cual debería haber sido el orden en nuestra elección.

Tabla 14. Formas y probabilidad de obtener la suma de dos dados.

Suma	Formas	Probabilidad
2	1+1	$1/36 \approx 0'027$
3	1+2, 2+1	$2/36 \approx 0'056$
4	1+3, 2+2, 3+1	$3/36 \approx 0'083$
5	1+4, 2+3, 3+2, 4+1	$4/36 \approx 0'111$
6	1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1	$5/36 \approx 0'139$
7	1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1	$6/36 \approx 0'167$
8	2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2	$5/36 \approx 0'139$
9	3+6, 4+5, 5+4, 6+3	$4/36 \approx 0'111$
10	4+6, 5+5, 6+4	$3/36 \approx 0'083$
11	5+6, 6+5	$2/36 \approx 0'056$
12	6+6	$1/36 \approx 0'027$
TOTAL	36	≈ 1

Una vez realizada esta tabla, los alumnos y alumnas podrán hacer comentarios y se iniciará una nueva discusión para obtener el mejor orden para elegir. El resultado de la discusión será que debería elegirse como primera opción el número 7, después los números 6 y 8, a continuación los números 5 y 9, posteriormente los números 4 y 10, seguidamente los números 3 y 11 y finalmente los números 2 y 12, porque de esta manera se tendrán más probabilidades de ganar la carrera.

La dinámica terminará preguntándose si se trataba de un juego aleatorio y por qué y dejando que comenten qué les ha parecido interesante de la sesión, que les ha parecido complicado...

Tarea (Anexo 2):

- Ejercicio 1, 2, y 3 de El azar.
- Ejercicio 1 y 3 de Suceso seguro, suceso probable y suceso imposible.
- Ejercicio 1 y 4 Probabilidad.

Predicción de los problemas y errores que se van a encontrar:

- *No saber identificar los sucesos posibles.*
- *No distinguir entre suceder un suceso u otro de suceder un suceso y otro suceso.*
- *No calcular las probabilidades de los sucesos de manera aislada.*

3.2.6. Sesión 6:

Esta sesión será utilizada para repasar los conceptos estadísticos de: *frecuencia absoluta y frecuencia relativa, moda, media, rango y mediana.*

Motivación:

A falta de 3 sesiones para el examen, se explicará que las sesiones serán utilizadas para resolver dudas y hacer los ejercicios del libro. Aunque no sea con juegos se utilizarán otros métodos para que se muestren más interesados.

Desarrollo:

La sesión comenzará corrigiéndose los ejercicios de tarea de la sesión anterior.

Después, volviendo a recordar los conceptos de estadística, se pedirá que creen una serie de datos (se propondrá que sean 10 para que sea más fácil hacer la frecuencia relativa y la media).

Probablemente los datos estarán desordenados, por lo que se podrá hablar de la importancia que tiene ordenar los datos, para que se den cuenta de que no ordenarlos puede implicarles hacer mal la mediana y según casos el rango.

Se pedirán voluntarios y se seleccionará aquellos que no suelen participar, motivándoles con el hecho de que sus compañeros y compañeras les van a ayudar si lo necesitan. Cada voluntario, uno a uno, hará un contenido de la parte de estadística hasta que sean trabajados todos. Se preocupará elegir conscientemente a los voluntarios y el concepto, de manera que trabajen aquellos contenidos que más dudas les surgieron hasta el momento.

Tarea (Anexo 2):

- Ejercicio 2 de Frecuencias y Moda.
- Ejercicios 4 ,5 y 6 de Media Aritmética,
- Ejercicio 1, 4 y 5 de Mediana.

Predicción de los problemas y errores que se van a encontrar:

- *Identificar la mediana con el dato que representa el cociente de la formula estudiada, sin localizar entre los datos a que número se refiere.*
- *No ordenar los datos en los problemas que los ejercicios no lo indiquen.*

3.2.7 Sesión 7:

Esta sesión será utilizada para repasar y resolver las dudas sobre: fenómeno aleatorio, suceso seguro, probable e imposible y probabilidad de un suceso.

Motivación:

La sesión se dividirá en dos partes: corrección de la tarea y propuesta de fenómenos aleatorios para calcular las probabilidades.

Desarrollo:

La sesión comenzará corrigiéndose de manera oral la tarea, pidiéndose que expliquen cómo hicieron los ejercicios. Se dejará un tiempo para que planteen dudas y se intentará que las resuelvan entre ellos y ellas.

A continuación, se pedirá que propongan algún fenómeno aleatorio del que poder analizar probabilidades. Si no se les ocurren ejemplos, pueden proponerse como ejemplos la moneda, el dado (pudiendo analizarse uno no convencional), una ruleta o una baraja de cartas y que ellos y ellas elijan cual les parece más interesante trabajar.

A lo largo de la sesión se utilizará el lanzamiento de un dado para que sea más comprensible la explicación del desarrollo de la sesión.

Una vez que hayan propuesto el tema de estudio, sacaremos un voluntario para que realice una tabla (Tabla 14) en la que ejemplifique un suceso seguro, los sucesos posibles y un suceso imposible.

Tabla 15. Ejemplo de los sucesos al lanzar un dado.

Suceso seguro	Suceso probable		Suceso imposible
Sacar un número del 1 al 6	Sacar 1	Sacar 4	Sacar dos números a la vez Sacar 0 Saca más de un 6
	Sacar 2	Sacar 5	
	Sacar 3	Sacar 6	

Antes de sentarse y ceder el turno a otro compañero deberá proponer el cálculo de una probabilidad, por ejemplo, la probabilidad de sacar un número par. El siguiente compañero o compañera que elija, deberá calcular esa probabilidad y proponer otra probabilidad diferente para otro compañero o compañera.

Cuando se hayan realizado los cálculos de tres probabilidades de un mismo experimento, podrán proponer otro experimento diferente y realizar una tabla con los sucesos y proponer el cálculo de otras probabilidades.

Tarea (anexo 2):

- Ejercicio 4 y 5, de El azar.
- Ejercicio 2 y 4 de Suceso seguro, suceso probable y suceso imposible.
- Ejercicio 2 y 3 probabilidad.

Predicción de los problemas y errores que se van a encontrar:

- No saber identificar los sucesos posibles.
- No distinguir entre “suceder un suceso u otro” de “suceder un suceso y otro suceso”.
- No calcular las probabilidades de los sucesos de manera aislada.

3.2.8. Sesión 8:

Esta sesión será utilizada para repasar y resolver las dudas sobre los conceptos estadísticos y probabilísticos.

Motivación:

Se explicará que la sesión se dividirá en dos partes, en la primera parte se hará la corrección de la tarea y en la segunda se reparará de manera oral los contenidos del examen y se aclararan con ejemplos las dudas que tengan.

Desarrollo:

La sesión se iniciará corrigiéndose los ejercicios de tarea de manera oral, pidiéndose voluntarios que expliquen como hicieron los ejercicios. Se dejará que planteen dudas y se intentará que a través del dialogo puedan resolverlas entre ellos y ellas.

Después se les dirá si necesitan que se haga algún ejercicio porque no hayan entendido cómo hacerlo o cómo se trabaja algún contenido y si es el caso resolveremos las dudas con ejemplos en la pizarra.

A continuación se repasarán los contenidos a través de ejercicios. Se colocará una ruleta en la pizarra con diferentes casillas de diferentes colores y se pedirá un voluntario o voluntaria, para que haga una tabla con los tipos de sucesos y que indique el análisis de una probabilidad antes de elegir a un voluntario. Este deberá resolver la probabilidad. Se mandarán varias probabilidades que resolverán otros compañeros y compañeras.

A continuación se propondrá analizar el estudio del suceso sacar una carta de una baraja española de 40 cartas, a través del mismo método, definiéndose los sucesos y el cálculo de probabilidades.

El último voluntario o voluntaria de la parte de probabilidad, escribirá desordenados unos números y nombrará a un compañero o compañera para que en orden se vayan trabajando los conceptos de frecuencias absoluta y relativa, moda, media, mediana y rango.

3.2.9. Sesión 9. Examen (Anexo 3)

Esta sesión se utilizará para la realización del examen (Anexo 3).

Previo a la realización del examen, se entregan los exámenes y se lee en voz alta para aclarar aquellas dudas que tiene que ver con la redacción del examen.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Sesión 1:

Al iniciar la sesión se abrió en ambas clases un documento de word en la pizarra digital en el que aparecían las figuras 14 y 15.

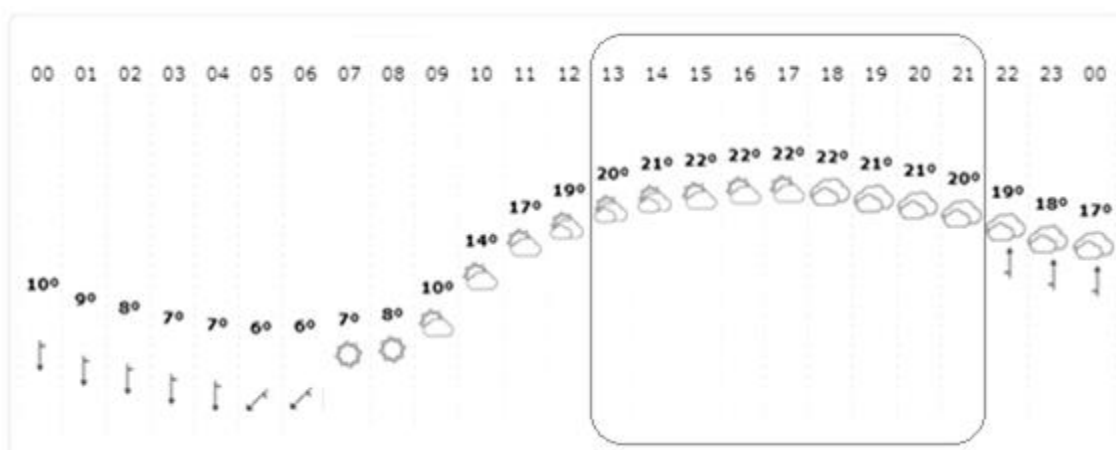


Figura 14. Temperaturas a día 6 de Mayo del 2013 en Pamplona.

20°C	21°C	22°C	22°C	22°C	22°C	21°C	21 °C	20 °C
------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

Figura 15. Cuadro con las temperaturas del estudio.

Resultados en 6º A:

Las respuestas que se han obtenido a la pregunta ¿Qué puede decirse de la imagen (Figura 14) y el cuadro de las temperaturas (Figura 15)? han sido:

- Aparecen dibujos y flechas.
- Se repite cuatro veces 22°C.
- Máxima 22°C y mínima 20°C.
- Media de temperatura.

Tras una discusión de ambas figuras se ha pasado a comentar aquellas respuestas que se consideraron interesantes para trabajar los conceptos de frecuencias absoluta y relativa, moda, media, mediana y rango.

- *Se repite cuatro veces 22°C*: Se ha indicado que al dato que más veces se repite se llama *moda*, y por eso en este estudio la moda es 22°C.

Tras hablar de lo que sucedía con el resto de las temperaturas se colocó una tabla vacía en Word en la que se indicaron las temperaturas y las veces que estas se repetían. Tras una breve explicación en la pizarra de los conceptos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa (Figura 16) terminamos de rellenar la tabla (Tabla 16) con al que se expresaron el cálculo de ambas frecuencias.

Frecuencia absoluta= Número de veces que aparece un dato.

Frecuencia relativa = $\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Número de datos}}$

Figura 16. Contenido de frecuencias presentado en la pizarra.

Tabla 16. Frecuencias de las temperaturas del estudio.

Temperatura	F. absoluta	F. relativa
20°C	2	2/9≈0'22
20°C	3	3/9≈0'33
22°C	4	4/9≈0'44
TOTAL	9	≈1

A continuación se ordenaron los datos como se muestra en la Figura 17.

20	20	21	21	21	22	22	22	22
----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura. 17. Temperaturas del estudio ordenadas.

- *Calcular la media:* los alumnos alumnas propusieron hacer la suma de los datos y dividirla entre el número total de datos:

$$\text{Media} = \frac{20+20+21+21+21+22+22+22+22}{9} = \frac{171}{9} = 21^{\circ}\text{C}$$

- *Máxima 22° y mínima 20°:* se indicó que en datos ordenados la diferencia entre el dato mayor y el dato menor es el *rango*.

$$\text{Rango} = 22 - 20 = 2^{\circ}\text{C}$$

- *Mediana.* Es el dato que nos deja el mismo número de datos delante y detrás de suya.

$$\frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5 \quad \text{Mediana} = \text{DATO } 5 = 21^{\circ}\text{C}$$

Resultados en 6° C:

Las respuestas que se han obtenido a la pregunta ¿Qué puede decirse de la imagen (Figura 16) y el cuadro de las temperaturas (Figura 17)? han sido:

- A mitad de la mañana mejoran las temperaturas y aparecen nubes.
- Se repite cuatro veces 22°C.
- Máxima 22°C y mínima 20°C.
- Media de temperatura.

Después de hablar sobre ambas figuras se ha pasado se empezó a comentar aquellas respuestas más interesantes para trabajar los conceptos de frecuencias absoluta y relativa, moda, media, mediana y rango.

- *Se repite cuatro veces 22°C:* Con esta afirmación se indicó que el dato que más veces se repite se llama *moda*.

A continuación se pasó a analizar el resto de las temperaturas, comentándose las veces que se repetían. Tras hablar de ello se colocaron en una tabla las temperaturas y las veces que se repetían. Después se hizo una breve explicación en la pizarra sobre las frecuencias (Figura 17) y a continuación se creó una tabla (Tabla 16) para realizar el cálculo de ambas frecuencias.

Frecuencia absoluta= Número de veces que aparece un dato.

Frecuencia relativa = $\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Número de datos}}$

Figura 17. Contenido de frecuencias presentado en la pizarra.

Tabla 17. Frecuencias de las temperaturas del estudio.

Temperatura	F. absoluta	F. relativa
20°C	2	$2/9 \approx 0'22$
21°C	3	$3/9 \approx 0'33$
22°C	4	$4/9 \approx 0'44$
TOTAL	9	≈ 1

Llegados a este punto y tras expresar todas las frecuencias relativas, ha sido necesario explicar cómo se calcula la frecuencia relativa dos veces más. Cuando lo comprendieron, pasamos a ordenar los datos como se muestra en la Figura 18.

20°C	20°C	21°C	21°C	21°C	22°C	22°C	22°C	22°C
------	------	------	------	------	------	------	------	------

Figura 18. Temperaturas del estudio ordenadas.

- *Calcular la media:* Los alumnos y alumnas pensaron en hacer la media sumando los datos y dividiéndolos entre el número total de datos:

$$\frac{20+20+21+21+21+22+22+22+22}{9} = \frac{171}{9} = 21'2^{\circ}\text{C}$$

- *Máxima 22°C y mínima 20°C:* En datos ordenados la diferencia entre el dato mayor y el dato menor será el *rango*.

$$22 - 20 = 2^{\circ}\text{C}$$

Discusión de los resultados en la clase de 6ºA:

El resultado era el previsto, los alumnos y alumnas estaban muy motivados porque no han tenido que sacar el libro. Han participado mucho, especialmente al inicio cuando tenían que decir cosas sobre la imagen, por lo que no ha sido necesario reconducir sus afirmaciones hacia las interesadas para sacar los conceptos. Desde este punto de vista actitudinal la sesión ha sido un éxito.

Los conceptos se han trabajado sin grandes problemas. Los conceptos más difíciles a la hora de trabajar han sido el de frecuencia relativa y mediana. No han entendido para que sirva la frecuencia relativa, así que se han quedado con que es un dato estadístico. Respecto a la mediana, la han visto gráficamente, por lo que les ha parecido muy complicado localizarla a través de una fórmula. Pese a ello y tras hablar de cómo localizarla cuando se nos presentan muchos datos, han llegado a comprobar que era interesante tener una formula.

En cuanto a la temporalización, se han podido trabajar todos los conceptos resolviendo las dudas momentáneas y las que han surgido tras acabar la actividad. Además ha sido interesante poder llegar a unas conclusiones sobre por qué es interesante conocer estos conceptos.

Discusión de los resultados en la clase de 6º C:

Atendiendo al plano actitudinal los alumnos y alumnas han estado muy participativos, aunque les ha costado más centrarse en la dinámica. El hecho de no tener nada encima de los pupitres les ha sorprendido y algunos de ellos han considerado que no había que trabajar. Sin embargo, una vez centrados, el resultado ha sido satisfactorio.

Al principio de la sesión han necesitado que se recondujera sus afirmaciones sobre qué veían en la imagen hacia unas afirmaciones más interesantes desde el punto de vista conceptual, ya que analizaban los aspectos más iconográficos que los numéricos.

En cuanto a los conceptos, ha habido muchísimos problemas en la comprensión de las frecuencias absoluta y relativa. Tras atender todas las dudas y unas 5 explicaciones de qué es cada una y cómo obtenerlas, parece que han conseguido entenderlas. Sin embargo este tiempo que se ha perdido en esta explicación ha impedido trabajar todos los conceptos, quedándose la mediana sin explicar.

La temporalización de la sesión ha sido insuficiente en esta clase ya que no se ha podido trabajar todos los conceptos, por lo que no ha habido conclusiones generales.

4.2. Sesión 2:

Resultados en 6º A:

Tras pedir diez voluntarios los números de pie obtenidos (Figura 19) han sido:

39	45	40	38	40	39	36	39	38	40*
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Figura 19. Números de pie obtenidos.

Tras algunos comentarios sobre los datos, se ha decidido ordenar los datos tal y como se muestra en la figura 20:

36	37	38	38	39	39	40	40	40	45
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 20. Números de pie obtenidos ordenados.

Una vez ordenados se ha preguntado: -¿Qué conceptos trabajamos la sesión anterior?-. Las respuestas obtenidas han sido:

- Frecuencias absoluta y relativa
- Moda
- Media
- Rango
- Mediana

En ordenen se ha comenzado a trabajar cada uno de los conceptos tal y como se muestra a continuación:

- *Frecuencia absoluta y frecuencia relativa:* se ha realizado el cálculo de ambas frecuencias en una tabla (Tabla 18).

Tabla 18. Frecuencias del número de pie en 6ºA

Número	F. Absoluta	F. Relativa
36	1	1/10 = 0'1
37	1	1/10 = 0'1
38	2	2/10 = 0'2
39	2	2/10 = 0'2
40	3	3/10 = 0'3
45	1	1/10 = 0'1
TOTAL	10	1

- *Moda*: los alumnos y alumnas han señalado que el dato que más veces se repite es el 40 (tres veces).
- *Media*: tras comentar cómo calcularla, han hecho el cociente de la suma de los datos entre el número de datos.

$$\frac{36 + 37 + (38 \times 2) + (39 \times 2) + (40 \times 3) + 45}{10} = \frac{392}{10} = 39'2$$

- Rango: ya se había hablado anteriormente en los comentarios pero lo calculamos de nuevo aplicando la teoría.

$$45 - 36 = 9$$

- *Mediana*: se ha utilizado la fórmula para calcular la posición de la mediana e identificarlo en la secuencia de datos.

$$\frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{10 + 1}{2} = \frac{11}{2} = 5'5 \quad \text{Mediana} = \frac{38 + 38}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

Resultados en 6º C:

Después de pedir los diez voluntarios los números de pie que se han obtenido (Figura 21) han sido los siguientes:

39	41	36	36	36	39	40	36	39	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 21. Números de pie obtenidos.

A continuación se ha propuesto ordenar los números (Figura 22) para poder trabajar un concepto que no se trabajó la sesión anterior (mediana):

36	36	36	36	39	39	39	40	40	41
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 22. Números de pie obtenidos ordenados.

Una vez llegado a este punto, se ha preguntado: -¿Qué conceptos trabajamos la sesión anterior?-. Las respuestas obtenidas han sido:

- Frecuencias absoluta y relativa
- Moda
- Media
- Rango

Después de que recordarán los conceptos, se ha mencionado el de mediana, que no fue visto en la sesión anterior, y que será trabajado al final de la sesión. A continuación se presentan los conceptos analizados durante la sesión:

- *Frecuencia absoluta y frecuencia relativa:* después de comentar como se calculó en la sesión anterior estas frecuencias, se han anotado en una tabla (Tabla 19) el cálculo de las frecuencias absolutas y relativas del número de pie de los 10 participantes.

Tabla 19. Frecuencias del número de pie en 6ºA

Número	F. Absoluta	F. Relativa
36	4	4/10=0.4
39	3	3/10=0.3
40	2	2/10=0.2
41	1	1/10=0.1
TOTAL	10	1

- *Moda:* se ha preguntado si alguien recordaba qué era la moda, a lo que un alumno ha contestado que era el número que más veces se repite. En este caso el 36 (cuatro veces).
- *Media:* un voluntario ha explicado como calcular la media antes de realizar el cálculo:

$$\frac{(36 \times 4) + (39 \times 3) + (40 \times 2) + 41}{10} = \frac{144 + 117 + 80 + 41}{10} = \frac{382}{10} = 38.2$$

- *Concepto nuevo: mediana.* En esta clase como aún no han hecho el cálculo de la mediana con datos impares, se ha eliminado un número de la Figura 22, como se muestra en Figura 23 :

36	36	36	36	39	39	39	40	41
----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 23. Números de pie de nueve participantes.

$$\frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad \text{Mediana} = 39$$

Después de realizar varias veces la mediana, se ha trabajado el concepto con los datos pares iniciales (Figura 21):

$$\frac{\text{Número de datos} + 1}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5 \quad \text{Mediana} = \frac{39+39}{2} = \frac{78}{2} = 39$$

Discusión de los resultados en la clase de 6º A:

El resultado de la sesión ha sido muy satisfactorio. La actitud ha sido muy positiva, se han mostrado muy participativos y con mucho interés. Les ha parecido interesante el estudio y les ha sido muy atractivo el hecho de ir poniendo sus nombres a las modas y a la mediana, hecho que les ha permitido mantener la atención durante más tiempo.

En cuanto a los conceptos no ha habido ningún problema. Aunque parecía que iba a haber problemas con la mediana por el tiempo que se tuvo que emplear en la sesión anterior para la explicación, lo han entendido muy bien.

Discusión de los resultados en la clase de 6º C:

La actitud ha sido muy positiva, han estado muy participativos ya que querían comentar todos los datos y tablas y se resolvían las dudas entre ellos mismos. A la hora de pedir voluntarios o voluntarias todos querían participar incluso se sentían decepcionados cuando no se les elegía.

Atendiendo al plano conceptual, se han podido trabajar todos los conceptos. Además como el tiempo nos lo ha permitido, se ha podido analizar la mediana tanto en casos impares como en casos pares, aunque han sido necesarias varias resoluciones. Además, no han surgido problemas graves a la hora de explicar las frecuencias, algo que hubiera sido previsible con todas las dificultades que mostraron en la sesión anterior.

4.3. Sesión 3:

Resultado en 6ºA y 6º C:

Tabla 20. Porcentaje de acierto en los ejercicios del Anexo 2.

Ejercicio	6ºA	6ºC
Ejercicio 1 de frecuencia y moda	88%	81%
Ejercicio 1 de media aritmética	100%	100%
Ejercicio 2 de media aritmética	91%	85%
Ejercicio 3 de media aritmética	100%	100%
Ejercicio 2 de Mediana	79%	74%
Ejercicio 3 de Mediana	54%	44%

Los errores que se han cometido han sido:

- Ejercicio 1 de frecuencia y moda:
 - No construyeron bien la frecuencia absoluta.
 - No descubrieron que tenían que hacer en los apartados b y c.
- Ejercicio 2 de media aritmética:
 - Ordenaron los datos de mayor a menor.
 - Realizaron mal el cálculo.
- Ejercicio 2 de mediana:
 - Colocaron como resultado el valor de posición obtenido en la formula en vez de identificar el dato correspondiente a ese valor de posición en la secuencia ordenada.
 - Redondearon la media a la hora de calcular la mediana.
- Ejercicio 3 de mediana:
 - No ordenaron los datos, por lo que identificaron mal la mediana.

Discusión de los resultados en las clases de 6ºA y 6ºC:

Teniendo en cuenta que era la primera vez que realizaban de manera autónoma los ejercicios, el resultado ha sido satisfactorio.

Es necesario trabajar más los conceptos de media y especialmente mediana. Es quizá en este último concepto donde más problemas se encuentran. También será importante recordar en futuros ejercicios que es importante ordenar los datos.

En una futura sesión de repaso de la parte de estadística debería volver a trabajarse del concepto de mediana.

4.4. Sesión 4:

Resultados en 6ºA:

La sesión ha comenzado con las preguntas: - ¿Qué ocurrirá si lanzamos la moneda? ¿Por qué?-. A lo que han contestado: -Nos saldrá cara o cruz, porque al lanzar la moneda no tenemos otras opciones-.

Después de estas preguntas se ha preguntado:- ¿Qué es un suceso?-. Como no han sabido responder, se ha explicado que un suceso es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

Se ha propuesto como ejemplo analizar qué tipos de sucesos podrían darse al lanzar la moneda, por lo que se ha preguntado: -¿Qué va a pasar seguro si lanzo la moneda? Y si vamos a hacer una rifa, y tengo que elegir una de las opciones, ¿Entre qué opciones podré elegir? ¿Qué no pasará?-. Las respuestas que se han obtenido, se han anotado en una tabla (Tabla 21).

Tabla 21. Tipos de sucesos al lanzar una moneda.

Suceso seguro	Suceso probable	Suceso imposible
Cara o cruz	Cara Cruz	Sacar algo que no sea cara o cruz Sacar cara y cruz a la vez

A continuación, se ha preguntado: -¿Qué será por tanto el suceso seguro, el suceso probable y el suceso imposible?-. A lo que han contestado que el suceso seguro será el que va a pasar siempre, el probable podrá suceder o no y el imposible el que no va a suceder nunca.

Una vez que han comprendido el tipo de sucesos, se ha preguntado: -Sí queremos hacer un sorteo, en el que tenga que elegir entre cara y cruz ¿Qué será mejor que elija? ¿Por qué?-. A lo que han respondido: -Nos dará igual, porque tienen la misma probabilidad de suceder cara (C) o cruz (+)-.

Después hemos analizado como calcular la probabilidad de un suceso, en este caso de salir cara, para lo que se ha explicado que la probabilidad de un suceso es igual al cociente entre los casos favorables y los casos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso (C)} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{2}$$

Una vez obtenida la probabilidad de que sucediera una cara al lanzar las monedas, se ha preguntado: -¿Cuántas caras obtendremos al lanzar 20 veces una moneda?-. A lo que han contestado que 10 caras.

Para comprobar si eso era cierto, se ha propuesto realizar una secuencia simulada de diez lanzamientos. Una vez que cada pareja realizó sus secuencias simuladas, se han apuntado en una tabla (Tabla 22).

Tabla 22. Anotación de las caras obtenidas en las secuencias simuladas.

Caras	Secuencia simulada	Secuencia real
8	XX	
9	X	
10	XX	
11	XXXXXX	
12	X	
13		

Después de haber apuntado las secuencias simuladas se ha pedido que realicen el experimento, por lo que se les ha dado a cada pareja una moneda. Tras los 20 lanzamientos, se ha completado en la tabla 22, el número de veces que salió cara en la secuencia real, tal y como se muestra en la Tabla 23.

Tabla 23. Anotación de las caras obtenidas en la secuencia real.

Caras	Secuencia simulada	Secuencia real
8	XX	
9	X	XXX
10	XX	XXXX
11	XXXXXX	XXXX
12	X	
13		X

La conclusión a la que han llegado es:

“En un experimento aleatorio como este, es difícil predecir lo que va a suceder. Cada vez que lanzamos la moneda es como hacer un experimento nuevo y el hecho de que haya salido una vez cara no quiere decir que la siguiente vaya a ser cruz. Aunque sepamos la probabilidad de sacar una vez cara en un lanzamiento, esto no quiere decir que en veinte lanzamientos vayamos a tener 10 caras, porque los lanzamientos no dependen de nosotros sino del azar”.

Resultados en 6ºC:

Para comenzar la sesión se ha preguntado:- ¿Qué ocurrirá si lanzamos la moneda? ¿Por qué?-. A lo que han respondido: -Caerá cara o cruz, porque si lanzas la moneda sólo puede salir eso-.

A continuación se ha preguntado:- ¿Sabéis lo qué es un suceso?-. Como no lo sabían, se ha explicado que un suceso es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

Después se ha preguntado: -¿Qué sucesos pueden darse al lanzar una moneda?-. Como no sabían a qué se refería la pregunta se ha preguntado: ¿Qué va a pasar seguro si lanzo la moneda? Y si vamos a hacer una rifa, y tengo que elegir una de las opciones, ¿Entre qué opciones podré elegir? ¿Qué no pasará?-. Conforme iban respondiendo, se han anotado en una tabla (Tabla 24) las respuestas.

Tabla 24. Tipos de sucesos al lanzar una moneda.

Suceso seguro	Suceso probable	Suceso imposible
Cara o cruz	Cara Cruz	Sacar algo que no sea cara o cruz Desparecer la moneda Caer de canto

Una vez analizados los tipos de sucesos y con algún que otro problema con los sucesos seguro y probable, se ha preguntado: -¿Qué serán el suceso seguro, el suceso probable y el suceso imposible?-. A lo que respondido que el suceso seguro será el que pasará siempre, el probable podrá pasar o no y el imposible el que no va a pasar nunca.

Posteriormente se ha preguntado: -Sí queremos hacer un sorteo, en el que tenga que elegir entre cara y cruz ¿Qué será mejor que elija? ¿Por qué?-. A lo que han respondido: - Elegir la opción que más te guste porque tienen la misma probabilidad-. Ante esta respuesta se ha analizado como calcular la probabilidad de un suceso, en este caso de salir cara, para lo que se ha explicado que la probabilidad de un suceso es igual al cociente entre los casos favorables y los casos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso (C)} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{2}$$

A continuación, se ha preguntado: -¿Cuántas caras obtendremos al lanzar 20 veces una moneda?-. A lo que han respondido que 10 caras. Para comprobar su afirmación han realizado una secuencia simulada de diez lanzamientos. Una vez que todas las parejas realizaron sus secuencias simuladas, se han apuntado en una tabla (Tabla 25).

Tabla 25. Anotación de las caras obtenidas en la secuencia simulada.

Caras	Secuencia simulada	Secuencia real
6		X
8		XX
9	XX	XXX
10	XXXXXXXX	XXX
11	XXX	XX
12		X
13		X

Las conclusiones obtenidas han sido:

“Aunque sabíamos lo que podía suceder al lanzar una moneda, al inventarnos 20 lanzamientos y hacer el experimento, es imposible decir antes qué va a pasar. Al hacer el experimento se ve que no tenía por qué haber 10 caras o 10 cruces o resultados cercanos como habíamos puesto. Por ejemplo una pareja ha sacado solo 6 caras algo que no habíamos pensado antes nadie y ahora vemos que podía haber sucedido. La diferencia entre el suceso simulado y el suceso real es que el suceso simulado los resultados los hemos creado nosotros y en el suceso real, el azar ha intervenido en el resultado”.

Discusión de los resultados en las clases de 6ºA y 6ºC:

Tanto en 6ºA como en 6ºC han tenido una actitud muy positiva, han estado muy motivados y muy participativos. El comportamiento ha tenido algunos altibajos ya que suelen hacer comentarios a destiempo y se frustran cuando se consigue la respuesta correcta sin que hayan intervenido.

Uno de los problemas que ha surgido debido al tipo de metodología y al hecho de que han jugado, es que ha habido mucho ruido, entre la caída de las monedas y que hablan muy alto, ha sido un poco caótico. Para otras ocasiones sería bueno establecer algunas pautas de comportamiento.

Los conceptos se han trabajado todos y en ambas clases han coincidido en que eran muy fáciles.

En esta sesión no se ha apreciado diferencias entre una y otra clase. Se han mostrado muy interesantes y ha sido muy gratificante ver que se ha cumplido lo predecible para la sesión.

4.5. Sesión 5:

Resultados en 6ºA:

Se ha comenzado la sesión analizando explicando que se iba a jugar a un juego con dos dados pero que antes de jugar era interesante analizar que podría suceder al lanzar dos dados. Las respuestas obtenidas se han redactado en una tabla (Tabla 26).

Tabla 26. Tipos de sucesos al lanzar dos dados.

Suceso seguro	Suceso probable		Suceso imposible
Sacar un número del 2 al 12	Sacar 2	Sacar 8	Sacar 1
	Sacar 3	Sacar 9	Sacar un número > 12
	Sacar 4	Sacar 10	
	Sacar 5	Sacar 11	
	Sacar 6	Sacar 12	
	Sacar 7		

A continuación, tras explicar y realizar el juego, hemos anotado en una tabla (Tabla 27) las sumas ganadoras del juego y las veces que se han repetido.

Tabla 27. Veces que ha ganado una suma en el juego.

Suma	Veces que ha ganado		
6	X		
7	X	X	
8	X	X	X
9	X		

Tras anotar los datos se ha preguntado: -¿Cómo habéis elegido los números?-. A lo que han respondido: - Por gustos personales y poniendo la inicial del nombre al lado del número siguiendo el orden de los sucesos.

Posteriormente se les ha dicho que sus comentarios durante el juego eran: - Mi número casi sale o sus números salen más veces-. Se ha hablado sobre ello y se ha preguntado si podrían ser analizados estos hechos y cómo. La conclusión ha sido que podría medirse la probabilidad.

Después de ver en el PowerPoint las diferentes maneras en que se pueden obtener las sumas (Tabla 14) y medir la probabilidad de obtener cada número, hubiera sido mejor elegir los que más posibilidades tenían de ganar.

La conclusión final ha sido que se trata de un juego en el que lanzar dos dados supone un fenómeno aleatorio, ya que es difícil predecir lo que va a pasar por que no depende de nosotros la suma de los dados, si no del azar.

Resultados en 6ºC:

La sesión ha comenzado explicándose que se iba a jugar a un juego con dos dados y analizándose lo que podría suceder al lanzarlos. Las respuestas obtenidas se han redactado en una tabla (Tabla 28).

Tabla 28. Tipos de sucesos al lanzar dos dados.

Suceso seguro	Suceso probable		Suceso imposible
Sacar un número del 2 al 12	Sacar 2	Sacar 8	Sacar 1
	Sacar 3	Sacar 9	Sacar un número mayor a 12
	Sacar 4	Sacar 10	
	Sacar 5	Sacar 11	
	Sacar 6	Sacar 12	
	Sacar 7		

Tras hablar de los sucesos, se les ha explicado el juego. Cuando todos los grupos terminaron el juego, se anotó en una tabla (Tabla 29) las sumas ganadoras del juego y las veces que se han repetido.

Tabla 29. Veces que ha ganado una suma en el juego.

Suma	Veces que ha ganado	
6	X	
7	X	X
8	X	X
9	X	
10	X	

Después de observar los números ganadores, se les ha preguntado: -¿Qué criterio habéis seguido para elegir los números?-. A lo que han respondido que se los han repartido en orden numérico y por gustos personales.

En este momento, ha surgido un dialogo, porque uno de los chicos se ha quejado de que no puedo elegir los números que quería y que por eso no había ganado. A través de este comentario qué hubieran considerado más justo para elegir los números y cuál hubiera sido la mejor forma de elegir cada número.

Tras varios comentarios, alguien ha comentado que los números que más veces salían tenían más probabilidad.

Con esta conclusión y tras haber observado un PowerPoint con todas las formas en que pueden obtenerse las sumas (Tabla 14) y las probabilidades de sacar cada número, hubiera sido mejor hacer la elección sabiendo las probabilidades para tener más posibilidades de ganar.

Discusión de los resultados:

La actitud ha sido muy positiva en ambas clases, han estado muy motivados y muy participativos. El comportamiento ha llegado a ser un problema en algunas situaciones, ya que se motivan demasiado al lanzar los dados y obtener un resultado a su favor, por lo que la clase se iba alborotando poco a poco.

Se han tratado de dar algunas pautas de comportamiento para evitar el ruido, ya que en la sesión anterior el ruido fue un factor a tener en cuenta. A pesar de ello ha habido mucho ruido.

Se han podido repasar todos los conceptos y en ambas clases han vuelto a coincidir en que eran muy fáciles pese a que en esta sesión los contenidos eran trabajados de manera compleja, mostrándose muy atentos en el PowerPoint con el que se iban descubriendo las diferentes maneras de obtener las sumas y las probabilidades (*Tabla 14*).

Les ha parecido muy interesante el juego y alguno ha comentado que pensaba enseñarlo en casa pero sin explicar que números tenían más probabilidad de ganar para poder ganar el juego.

4.6. Sesión 6:

Resultados en 6ºA y 6º C:

Tabla 30. Porcentaje de acierto de los ejercicios.

Ejercicio	6ºA	6ºC
Ejercicio 1 de azar	100%	100%
Ejercicio 3 de azar	70%	66%
Ejercicio 1 de suceso seguro, probable e imposible	100%	100%
Ejercicio 2 de suceso seguro, probable e imposible	70%	70%
Ejercicio 2 de probabilidad	79%	74%
Ejercicio 3 de probabilidad	54%	44%

Errores cometidos:

- Ejercicio 1 de azar:
 - En el apartado f se dio como aceptada las respuestas que consideraron que pulsábamos o no el botón.
- Ejercicio 3 de azar:
 - Consideraron 3 sucesos posibles en lugar de 4, por considerar que sacar cara y cruz era igual que sacar cruz y cara.
- Ejercicio 2 de suceso seguro, probable e imposible
 - No distinguieron entre suceder uno y otro y suceder uno u otro.
- Ejercicio 2 de probabilidad:
 - No calcularon las probabilidades y respondieron por azar.
- Ejercicio 3 de probabilidad:
 - Realizaron mal el cálculo de alguna probabilidad.

Discusión de los resultados en 6ºA y 6ºC

La primera parte de la sesión (corrección de los ejercicios de tarea) ha tenido un resultado bastante positivo. Aunque ha habido bastantes errores, en realidad no implican una incomprensión los conceptos. El error más importante ha estado en el último ejercicio de la tarea por no haber calculado las probabilidades de los sucesos. La segunda parte ha sido muy interesante, se han propuesto diez números y han salido de manera voluntaria a hacer los contenidos de estadística y el resultado ha sido muy positivo. Uno de los problemas más importante que se ha observado en esta parte, al salir algunas personas es que sí se les pide un concepto en concreto que no estudiaron, no saben a qué se refiere y no pueden resolverlo.

4.7. Sesión 7:

Resultado en 6ºA y 6º C:

Tabla 31. Porcentaje de acierto de los ejercicios.

Ejercicio	6ºA	6ºC
Ejercicio 2 de frecuencia y moda	100%	100%
Ejercicio 4 de media aritmética	95%	100%
Ejercicio 5 de media aritmética	100%	100%
Ejercicio 1 de mediana	100%	100%
Ejercicio 5 de mediana	100%	100%

Errores cometidos:

- Ejercicio 4 de media aritmética:
 - Olvidaron un dato al hacer las frecuencias, por lo que siguieron haciendo el resto de apartados mal.
- Ejercicio 5 de mediana:
 - Muchos de ellos lo tenían bien porque ha coincidido que aunque los datos estaban desordenados, la mediana coincidía con el de en medio.

En la segunda parte de la sesión y en ambas clases se han hecho ejercicios de estadística y probabilidad. Sobre estadística ha salido un voluntario a la pizarra y un compañero le ha dicho 10 números desordenados. Este voluntario los ha ordenado, ha hecho un contenido y cuando lo ha terminado pasaba la tiza a un compañero suyo que resolvía otro contenido y proponía a su vez a un compañero o compañero para que resolviera otro contenido, hasta que todos han sido analizados.

En la parte de probabilidad se ha hablado de los fenómenos aleatorios. En 6ºA se ha elegido como ejemplo el lanzamiento de un dado y en 6ºC una baraja española. En ambas clases con la misma metodología, se han propuesto diferentes sucesos y se ha hecho el cálculo de varias probabilidades.

Discusión de los resultados en las clases de 6ºA y 6º:

El resultado de la corrección de la tarea es muy satisfactorio. Los errores no son graves y son más debido a despistes que a falta de comprensión de contenidos.

La segunda parte ha ido muy bien. Les ha gustado mucho que en vez de salir a la pizarra porque se les mandara fueran sus compañeros quienes lo decidieran.

Mientras un voluntario estaba en la pizarra haciendo un contenido, uno de los compañeros o compañeras sentados nos recordaba el contenido.

En esta sesión se ha podido ver que muchos de ellos habían estudiado y que alguno aún no se había aprendido los contenidos teóricos.

4.8. Sesión 8:

Resultado en 6ºA y 6º C:

Tabla 31. Porcentaje de acierto de los ejercicios.

Ejercicio	6ºA	6ºC
Ejercicio 2 de azar	100%	100%
Ejercicio 5 de azar	70%	74%
Ejercicio 2 de suceso seguro, probable e imposible	100%	100%
Ejercicio 3 de suceso seguro, probable e imposible	100%	100%
Ejercicio 5 de probabilidad	100%	92%

Errores cometidos:

- Ejercicio 5 de azar:
 - Consideraron 12 sucesos posibles en lugar de 18, por considerar que sacar 1 y 3, 1 y 5, 2 y 4, 2 y 6, 3 y 5 y 4 y 6 era lo mismo que sacar 3 y 1, 5 y 1, 4 y 2, 6 y 2, 5 y 3 y 6 y 4.
- Ejercicio 5 Probabilidad:
 - En el apartado de calcularon las probabilidades por separados y no sumaron el resultado.

En la segunda parte de la sesión y en las clases de 6ºA y 6ºC se han hecho ejercicios de estadística y probabilidad. En esta sesión se ha comenzado por un ejercicio de probabilidad. Tenían dibujada una ruleta de colores en la pizarra y un voluntario ha salido y ha escrito los sucesos seguro, probable e imposible. A continuación ha pasado la tiza a un compañero al que ha mandado realizar una probabilidad. Este a su vez, ha mandado otra probabilidad a otro compañero y así hemos resultado varias probabilidades.

En estadística ha salido un voluntario a la pizarra y un compañero le ha dicho 7 números desordenados. Este voluntario hacia un contenido y cuando terminaba pasaba la tiza a un compañero suyo que resolvía otro contenido.

Discusión de los resultados en las clases de 6ºA y 6º:

El resultado de la corrección de la tarea es muy satisfactorio. El error es debido a falta de comprensión en el enunciado y parece que tras la explicación ha sido solucionado.

En cuanto a la segunda parte, la parte de probabilidad ha ido muy bien, parece que los contenidos los tiene asimilados, porque no han fallado y tampoco han hecho preguntas de esta parte.

Respecto a las actividades de la parte de estadística, aún hay alumnos y alumnas que no reconocen los conceptos porque no los han estudiado y cuando se les explica a qué se refiere el concepto saben hacerlo. Este es uno de los problemas que van a encontrarse en el examen, que no van a poder responder al ejercicio con seguridad porque no hayan estudiado el concepto y no se les pueda explicar a qué se refiere ese concepto.

4.9. Sesión 9. Examen (anexo 3)

Discusión de los resultados:

El resultado del examen muestra notas (Tabla 32) bastante parecidas a las que habitualmente suelen sacar.

Tabla 32. Calificaciones obtenidas en el examen.

Calificación	Alumnos en 6ºA	Alumnos en 6ºC
Sobresaliente	3	0
Notable	5	5
Bien	4	4
Suficiente	3(1*)	8 (2*)
Insuficiente	6(1*)	9(1*)

(Número de alumnos en clase de refuerzo*)

Durante el examen se han observado varias dificultades ya que en tres preguntas del examen el enunciado presentaba ambigüedad:

- La pregunta 4 y 5 les indicaba que debían de utilizar los datos del ejercicio 2, cuando debían utilizar los del ejercicio 1.
- La pregunta 8 presentaba problemas de comprensión en cuanto a que se referirían los fenómenos “que se me caiga el teléfono” y “que me dé la tos en clase”.
- En la pregunta 10 el apartado b, podía tener una doble respuesta según la interpretación que se le diera.

Estos problemas han estado presentes en los errores del examen, aunque no han sido decisivos para el hecho de aprobar o suspender el examen.

El resultado de las preguntas (Tabla 33) muestra que en general los ejercicios de probabilidad han tenido mejores resultados que los de estadística.

Tabla 33. Nota media obtenida en cada pregunta.

Pregunta	Nota media 6ºA	Nota media 6ºC	Valor
1	0'75	0'71	1
2	0'61	0'59	1
3	0'67	0'55	1
4 y 5	0'66	0'41	2
6	0'75	0'49	1
7	0'71	0'66	1
8	0'57	0'55	1
9	0'61	0'83	1
10	0'69	0'60	1

Los errores más frecuentes han sido:

- En el ejercicio 1:
 - Calcular mal los cocientes.
 - Expresar mal el número total.
 - Colocar al revés el nombre de las frecuencias absoluta y relativa.
- En el ejercicio 2:
 - Calcular mal la media.
 - Calcular la media con el número total de calificaciones en lugar del número de datos.
- En el ejercicio 3:
 - Calcular la mediana con el número total de calificaciones en lugar del número de datos.
 - Identificar la mediana en los datos desordenados.
 - Presentar en la media solo la suma de los datos sin hacer el cociente.
- En el ejercicio 4 y 5:
 - Mal colocación de las barras.
 - Hacer una barra para cada dato.
 - Mala colocación o no nombrar los ejes.
 - Colocar sólo los datos del ejercicio 2.

- En el ejercicio 6:
 - No hacer presentar el resultado con dos decimales.
 - Hacer el cociente entre dos en lugar de entre el número total de datos.
- En el ejercicio 7:
 - No identificar cuando colocar un porcentaje y cuando un número.
- En el ejercicio 8:
 - No identificar la tos como un fenómeno aleatorio (solo 7 entre las dos clases la identificaron).
- En el ejercicio 9:
 - En lugar de poner suceso seguro, probable o imposible colocaron suceso y fenómeno.
 - Confundir el suceso probable y el suceso seguro.
- En el ejercicio 10:
 - Interpretar el enunciado b como el a.
 - Interpretar el enunciado b sin considerar que se seguía refiriendo sobre el total del curso.

El resultado del examen estaba dentro de lo esperable. Las notas son bastante parejas a lo que han obtenido durante el resto de la evaluación. Una cosa curiosa es que algunos alumnos y alumnas que han obtenido notas que generalmente son altas han bajado su calificación y por el contrario algunos que suelen obtener notas bajas han sacado más altas. Respecto a los suspensos, se ha podido observar, que muchos de ellos han sido por falta de estudio, por lo que no supieron identificar la media, la mediana o incluso el rango y además contestaron en la pregunta 9 suceso o aleatorio en lugar se suceso seguro, suceso probable e imposible.

CONCLUSIONES

Conclusión de los objetivos:

Llevar a la práctica la propuesta, ha permitido observar el logro de los objetivos planteados:

El primero de los objetivos era lograr la inducción de contenidos estadísticos y probabilísticos de manera creativa. Puede decirse, que tras los resultados obtenidos, aquellos alumnos y alumnas con interés y participación en la propuesta, obtuvieron resultados dentro de lo esperable, por lo que la inducción de contenidos ha tenido resultados satisfactorios.

El segundo de los objetivos era utilizar metodologías más activas y significativas, para el aprendizaje de los contenidos estadísticos y probabilísticos. Llevar a cabo estas metodologías, ha permitido aumentar el interés por el tema, por resolverse dudas entre ellos y ellas y crear en el alumnado una actitud abierta a la hora de generar dudas, resolver sus dificultades, proponer actividades de estudio, etc.

El último de los objetivos era relacionar los contenidos estadísticos y probabilísticos con la vida cotidiana. Este objetivo se ha conseguido al proponerse actividades y al permitir que el alumnado proponga actividades, ya que las propuestas iban encaminadas al interés por el estudio de características comunes de la clase en contenidos estadísticos y de aquellos materiales que suelen utilizar en los juegos en la parte de probabilidad.

Conclusión de las cuestiones:

Así mismo, la puesta en práctica de la propuesta ha permitido dar respuesta a las cuestiones planteadas:

La primera de las cuestiones era: ¿Existirá otro método de trabajar estos contenidos a parte del método tradicional? Trabajar la inducción de contenidos es posible a través de teorías cognitivistas centradas en el aprendizaje significativo y metodologías más activas y participativas. Además el resultado que se obtiene con estas metodologías es muy satisfactorio.

La segunda de las cuestiones era: ¿Podrá utilizarse una metodología más adecuada para lograr que se motiven con un tema que consideran aburrido? Como ha podido observarse, al inicio del tema las expectativas por parte del alumnado sobre el tema no eran muy positivas, sin embargo utilizar metodologías más dinámicas y activas ha permitido que aumentara el interés y que incluso crearan propuestas de estudio desde sus intereses.

La tercera de las preguntas y quizá la más importante era: ¿Podrían conseguir inducir los contenidos estadísticos y probabilísticos? Como se ha podido observar a largo de la realización de las sesiones los alumnos y alumnas consiguieron inducir prácticamente todos los contenidos y el resultado es que ellos y ellas mismos se mostraban muy satisfechos al realizarse las conclusiones en cada sesiones,

La última de las preguntas era: ¿Por qué siendo temas tan abstractos se utiliza la mecanización como estrategia de aprendizaje? Está es una pregunta que aún seguirá abierta y dado las implicaciones que tiene utilizar metodologías diferentes puede decirse que desde el punto de vista pedagógico es más interesante trabajarlo de otras maneras.

Conclusión general:

Trabajar de manera inductiva contenidos matemáticos como la estocástica, implica grandes cambios en las actitudes, tanto del docente como del alumnado, así como en la manera de trabajar la asignatura.

Emplear las metodologías de aprendizaje significativo y metodologías más activas, han permitido obtener buenos resultados durante las sesiones y conseguir los objetivos planteados.

Los alumnos y alumnas estaban motivados, muy participativos e incluso muy interesados a la hora de crear entre ellos y ellas algunas actividades. Uno de los problemas que surge en este sentido, es que en algunas ocasiones, se destinaba mucho tiempo en las discusiones que se realizaban para las explicaciones que se deban unos a otros para comprender los contenidos, por lo que se hacía imposible poder trabajar todo lo planteado.

El hecho de no utilizar el libro, favorece a la inducción de contenidos, sin embargo, se han observado problemas ya que, aunque en general se mostraban conformes cuando se les decía que no íbamos a utilizar el libro, algunos de ellos y ellas, de alguna manera, pedían utilizarlo ya que antes de iniciar las sesiones pedían explicaciones de algún concepto que habían visto en el libro,

Para el alumnado ha resultado fácil el cambio de actitud ante las nuevas metodologías utilizadas. La motivación, el interés y la participación son puntos muy positivos obtenidos con el cambio.

La atención y el comportamiento, han sido dos de los dos aspectos más difíciles de controlar. El comportamiento en ocasiones no era adecuado, quizá el hecho de no utilizar de manera frecuente metodologías activas haya influido a no saber hasta qué punto ciertos comportamientos no eran adecuados. Los momentos con más dificultades en este sentido eran cuando hacían los juegos ya que hablaban muy alto en parte debido a su motivación.

En ocasiones el papel del docente como un guía para el aprendizaje se hace complejo, implica más esfuerzo y paciencia. En algunas situaciones, se hacía frustrante no poder trabajar lo mismo en una u otra clase. Sin embargo ha sido muy gratificante observar como entre ellos y ellas podían llegar a resolverse algunas dudas.

Los datos objetivos obtenidos en la corrección de ejercicios y el examen muestran que este tipo de metodologías tienen implicaciones en dos tipos de alumnos y alumnas: quienes de manera general obtienen muy buenos resultados y quienes suelen sacar bajos resultados.

En la corrección de las actividades los resultados obtenidos eran muy buenos y los errores que se cometían no implicaban fallos muy graves o incomprensión de conceptos, sino que se debían más a problemas de despiste en operaciones o a no haber entendido el enunciado.

En cuanto al examen era una propuesta muy útil para la obtención de resultados objetivos. Los problemas se ajustaban más a la propuesta curricular que el libro. Este hecho hizo que al utilizar el libro como guía para realizar

problemas parecidos a lo que podían realizar en el examen, les hiciera encontrarse con actividades muy diferentes.

En el examen se han visto dos implicaciones importantes de esta metodología, alumnos y alumnas de sobresaliente han bajado sus calificaciones y alumnos y alumnas de insuficiente han aprobado o incluso como en ocasión obteniendo un notable alto.

Uno de los hechos más a tener en cuenta del examen, es que la gran parte de los suspensos se deben a falta de estudio, por lo que quizá, podría haberse trabajado más la motivación y los juegos de definición de contenidos que se llevaron a cabo en las dos últimas sesiones.

Otra cuestión que surge en los resultados de los exámenes es hasta qué punto resulta beneficioso emplear este método en aquellas personas que están acostumbradas a estudiar de manera memorística, para poder analizar los sobresalientes que obtuvieron peores resultados.

En este sentido puede decirse que trabajar de manera inductiva tiene buenos resultados, asimilan mejor los conceptos y llegan a tener conclusiones sobre la utilidad de los conceptos en su vida cotidiana.

A nivel general, trabajar de manera inductiva y permitir la propuesta de actividades es muy interesante por el aumento de interés y la participación, hechos que permite la comprensión de los contenidos de otra manera. Sin embargo, utilizar estas técnicas inductivas de manera aislada pierde sentido, porque no genera ni hábitos de estudio ni de comportamiento de manera general.

REFERENCIAS

- Arribas C. & Román J. A. (2009). Matemáticas 6º Curso de Primaria, Proyecto Mundo Agua. España (pp. 198-211). Edelvives.
- Ballester, A. (2002). El aprendizaje significativo en las aulas. Seminario de aprendizaje educativo. España. Recuperado de:
http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf
- Batanero, C. (2011). Investigaciones sobre razonamiento estadístico y dificultades de aprendizaje. En Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. *Didáctica de la Estadística* (pp. 153-159). Granada.
- Batanero, C. (2011). El currículo de estadística. En Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. *Didáctica de la Estadística*. (pp 117-120). Granada.
- Decreto Foral 24/2007 de 19 Marzo (2007).-Ñ Departamento de Educación. Gobierno de Navarra. Navarra.
- Díaz F. & Hernández R. (2002). Estrategias docentes para el aprendizaje significativo: Fundamentos, adquisición y modelos de intervención. En *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista* (pp. 11-12).. México. McGraw Hill.

- Godino J. (2004). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En Godino J. et al. *Didáctica de las matemáticas para maestros* (p. 15-87). Granada.
- Godino J. & Batanero C. (2004). Estocástica. En Godino J. & Batanero C. *Didáctica de las matemáticas para maestros* (pp. 405-425). Granada.
- Godino J. & Batanero C. (2002). Estadísticas y sus aplicaciones. En Godino J. & Batanero C. *Estocástica y su didáctica para Maestros* (pp. 405-425). Granada.
- Godino J. & Batanero C. (2002). Fenómenos estocásticos. En Godino J. & Batanero C. *Estocástica y su didáctica para Maestros*. (pp. 739). Granada.
- Godino J. & Batanero C. (2002). Fenómenos estocásticos. En Godino J. & Batanero C. *Estocástica y su didáctica para Maestros* (pp. 741-743). Granada.
- Gomez. I. (2008). Desarrollo cognitivo y lingüístico. En Briosó A. et al. *Psicología del desarrollo desde la infancia a la vejez*. (pp. 6-17). Madrid. Mc Graw Hill.
- Wilhelmi, M. R. (2004). Capítulo1: La carrera. En Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. *Combinatoria y probabilidad*. Granada.

ANEXOS

Anexo 1

12

Estadística y probabilidad

Edna Paisano

nació 1948 en la reserva india de Nez Percé, Estados Unidos. Desarrolló su trabajo en el campo de la estadística.



Edna estudió trabajo social en Washinton, y reflexionó sobre el poder de la estadística como herramienta de trabajo. Completamente convencida de que el estudio de esta ciencia podía ayudar mucho a mejorar la situación de su pueblo.

Fue encarcelada precisamente por convencer al gobierno de los Estados Unidos de devolver a los indios americanos, el Fort Lawton, que era legalmente una propiedad india.

Años más tarde le ofrecieron trabajar en la oficina del censo de lo Estados Unidos en temas relacionados con los indios nativos de Alaska, y eso la convirtió en la primera mujer india que obtenía un puesto de la administración.

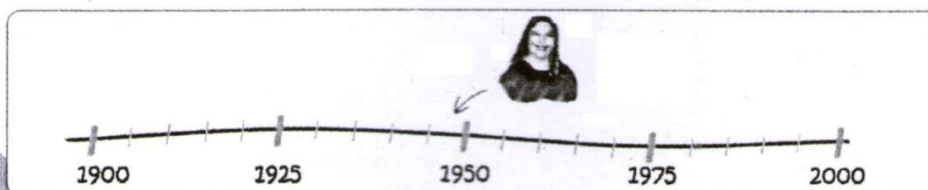
Tras el censo de 1980, descubrió que había lugares geográficos que no se habían tenido en cuenta, y por tanto la distribución de los fondos públicos se estaba basando en censos figurados.

Edna utilizó modernas técnicas estadísticas para mejorar la calidad de los censos, y aplicando sus conocimientos matemáticos, demográficos y estadísticos, puso de manifiesto ante la sociedad americana la importancia de la recogida de datos, a través de diversas campañas de información pública.

Estos esfuerzos fueron realmente productivos y en 1990 el censo reflejaba un incremento del 38% de los indios americanos residentes en Estados Unidos.

galardón: premio o recompensa de los méritos o servicios.

demografía: ciencia que estudia la población y su evolución estadística.



2. De que la estadística podría ayudar a mejorar la situación de su pueblo. Que había lugares que no habían sido censados. Utilizar modernas técnicas estadísticas para mejorar los censos.

Sobre el texto

1. ¿Qué estudios cursó Edna Paisano?
2. ¿De qué estaba convencida Edna?
3. Tras el censo de 1980, ¿qué descubrió Edna Paisano? ¿Qué hizo al respecto?

En grupo

Buscad información sobre el censo de vuestra ciudad y realizad una tabla de frecuencias y un gráfico de barras con el número de hombres y mujeres.

Respuesta libre

Lo importante es participar

Diariamente nos vemos inmersos en un montón de situaciones en las que no siempre conseguimos lo que deseamos a pesar del esfuerzo y el tiempo dedicado a ello. Nada nos debe desanimar, ni la dificultad, ni la pereza ni los primeros fracasos.

De los errores hay que aprender para evitarlos en otras ocasiones. Con imaginación y constancia se vencen las dificultades. Si conseguimos lo deseado, no hay que creerse mejor que los demás y si no lo conseguimos tampoco nos debemos considerar inferiores.

Actividades

1. ¿Crees que hay situaciones donde no hay vencedores ni vencidos? Respuesta libre
2. ¿Qué significa conseguir autocontrol más allá de los resultados? Respuesta libre
3. ¿Crees que es importante ser ganador? Respuesta libre

Después de conocer a Edna Paisano, en esta unidad estudiarás más profundamente la estadística y la probabilidad.



Frecuencia absoluta y frecuencia relativa



Los 25 alumnos y alumnas de una clase de 6.º han hecho una evaluación de diagnóstico y su profesor ha representado los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias.

Notas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	1	$1 : 25 = 0,04$
3	2	$2 : 25 = 0,08$
4	3	$3 : 25 = 0,12$
5	7	$7 : 25 = 0,28$
6	6	$6 : 25 = 0,24$
7	3	$3 : 25 = 0,12$
8	2	$2 : 25 = 0,08$
9	1	$1 : 25 = 0,04$
Total	25	1

En la primera columna ha representado las puntuaciones posibles.

En la segunda columna ha representado la **frecuencia absoluta** o el número de veces que se ha repetido una nota entre los alumnos.

En la tercera columna ha representado la **frecuencia relativa**, que se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de cada nota entre el número total de alumnos.

Al dato que tiene mayor frecuencia absoluta lo llamamos **moda**, en este caso 5.

La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos, en este caso 25.

La suma de las frecuencias relativas es igual a la unidad.

1.a)

Resultado	Frec. absoluta	Frec. relativa
1	2	$2 : 20 = 0,1$
2	2	$2 : 20 = 0,1$
3	2	$2 : 20 = 0,1$
4	4	$4 : 20 = 0,2$
5	6	$6 : 20 = 0,3$
6	4	$4 : 20 = 0,2$
Total	20	1

actividades

- 1 Luisa ha lanzado 20 veces un dado y ha obtenido los siguientes resultados.

1	3	2	6	5
4	5	4	4	6
5	1	6	5	5
6	4	2	3	5

- Construye una tabla con las frecuencias absolutas y las frecuencias relativas.
- ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia absoluta? 5
- ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia relativa? 5
- ¿Qué representa la suma de las frecuencias absolutas? El número de datos o lanzamientos del dado (20)

- 2 Dos alumnas de 6.º han pedido a sus compañeros que valorasen del 1 al 6 la ayuda y el apoyo que reciben de sus padres en las tareas del colegio. Los resultados los han representado en esta tabla de frecuencias.

Valoración	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	4	$4 : 25 = 0,16$
2	6	$6 : 25 = 0,24$
3	15	$15 : 25 = 0,6$

- ¿Qué valoración representa la moda? 3
- Calcula las frecuencias relativas y completa la tabla en tu cuaderno.

La media aritmética



Un profesor de Matemáticas ha colocado en un tablón la puntuación obtenida por sus alumnos y alumnas en un examen de recuperación. ¿Cuál es la media aritmética de las puntuaciones obtenidas?

Para calcular la media aritmética de varias cantidades seguimos estos pasos:

1.º Primero sumamos todas las cantidades, en este caso las notas.

$$8 + 9 + 9 + 5 + 4 + 6 + 5 + 8 + 3 + 5 = 62$$

2.º Después dividimos ese resultado entre el número total de notas.

$$62 : 10 = 6,2$$

Luego la media aritmética es 6,2.

La media aritmética de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

actividades

- 1 Tres amigas están leyendo *El Quijote*. En un día, Lina ha leído 54 páginas, Sonia, 76 y Pepe, 38. Calcula la media de páginas leídas por los tres amigos. 56 páginas
- 2 En una competición de saltos de longitud, las marcas obtenidas por los cinco primeros han sido 1,76 m, 2,10 m, 1,65 m, 1,90 m y 1,98 m.



- a. Ordena los saltos de menor a mayor longitud.
 $1,65 < 1,76 < 1,90 < 1,98 < 2,10$
 - b. Calcula la longitud media de los cinco mejores saltos.
1,878 m
- 3 Ángel y Sonia han comprado tres botellas de agua de 1 l en tres establecimientos distintos. En uno han pagado 1,85 €, en otro 2,10 € y en el tercero 1,40 €. ¿Cuál es el precio medio del litro de agua?
1,78 € el litro

- 4 Estas son las notas finales de Matemáticas de un grupo de 6.º.

					Frec. abs.	Frec. relat.
4	6	8	7	3	1	$1 : 28 = 0,036$
6	9	6	8	4	3	$3 : 28 = 0,107$
6	5	6	7	5	5	$5 : 28 = 0,179$
8	6	6	8	6	9	$9 : 28 = 0,321$
3	5	8	5	7	4	$4 : 28 = 0,143$
6	4	5	7	8	5	$5 : 28 = 0,178$
6	4	7	5	9	1	$1 : 28 = 0,036$
				T	28	1

- a. Construye una tabla de frecuencias en tu cuaderno.
 - b. ¿Cuántos alumnos hicieron la evaluación final?
28 alumnos
 - c. Calcula la media aritmética del total de las calificaciones.
6,1
 - d. ¿Cuántos alumnos han obtenido una nota inferior a la media?
18 alumnos
 - e. ¿Qué puntuación representa la moda?
6
- 5 Rosa pesa 34,780 kg, Adela pesa 2,125 kg más que Rosa y Genoveva, 3,280 kg más que Adela.
Adela \rightarrow 36,905 kg
a. Calcula el peso de Adela y de Genoveva. Genoveva \rightarrow 40,185 kg
b. ¿Cuál es el peso medio de las tres amigas?
37,290 kg
 - 6 Alejandro y sus cinco amigos han obtenido en una partida de lanzamiento de dardos las siguientes puntuaciones: 5, 8, 10, 7, 12 y 9 puntos.
a. ¿Cuál es la puntuación media? 8,5 puntos
b. ¿Cuántos de los seis amigos han obtenido una puntuación menor que la media? 3 amigos

La mediana

Un grupo de amigos están jugando a encestar. Las canastas conseguidas por cada uno en media hora son: 7, 12, 5, 13 y 15. ¿Cuál es la mediana de estos datos? ¿Cuál es la mediana si se une al grupo una niña más y encesta 9 canastas en el mismo tiempo?



Observa

En un conjunto ordenado de números, la diferencia entre el valor mínimo y el valor máximo es el **rango**.
Para el grupo de números 5, 7, 9, 12, 13 y 15, el rango es:

$$15 - 5 = 10$$

- La mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos impar es aquel que ocupa el lugar central.

$$5 \quad 7 \quad 12 \quad 13 \quad 15$$

↓
mediana

- La mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos par es la media aritmética de los dos valores que ocupan el lugar central.

$$5 \quad 7 \quad 9 \quad 12 \quad 13 \quad 15$$

$$\frac{9 + 12}{2} = 10,5 \rightarrow \text{mediana}$$

actividades

- En un párrafo se han contado las vocales y se han obtenido los siguientes datos.

vocal a: 45 vocal e: 11 vocal i: 15
vocal o: 24 vocal u: 8

- ¿Qué letra representa la mediana? i
 - ¿Cuál es el rango o la diferencia entre el valor máximo y el mínimo? 37
- Alejandro tiene 10 libros con el siguiente número de páginas: 12, 34, 54, 23, 18, 64, 35, 76, 97 y 22.

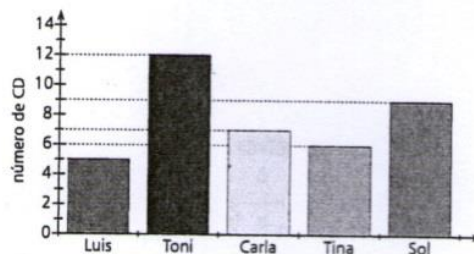
- Ordena los libros de menor a mayor número de páginas.
- Calcula la mediana del número de páginas de los libros. 34,5
- ¿Cuál es el rango de esta serie de números? 85
- ¿Cuál es la media de páginas de los libros? 43,5

a) $12 < 18 < 22 < 23 < 34 < 35 < 54 < 64 < 76 < 97$

- Esta tabla de frecuencias representa las personas que han visto diariamente la película *El árbol vigilante* en una semana. Calcula la mediana y el rango de estos datos. Mediana \rightarrow 98 Rango \rightarrow 146

L	M	X	J	V	S	D
120	180	98	54	76	87	200

- Si en un conjunto impar de números el valor de la mediana tiene seis números por encima, ¿cuántos valores forman en total el conjunto? 13
- Observa este gráfico de barras que representa el número de CD de música que tiene cada uno de estos niños. Después, contesta a las siguientes preguntas.



- En este gráfico, ¿qué barra representa la mediana? Carla
- ¿Qué barra representa la moda? Toni
- ¿Cuál es el rango en esta representación? 7

El azar



Luisa y Carmen lanzan al aire una moneda y esperan que salga cara o cruz. Cuando lanzamos una moneda no se conoce de antemano cuál va a ser el resultado, pero sí se sabe cuáles van a ser las posibles opciones, cara o cruz.

Al lanzar un dado pueden darse seis resultados posibles, que salga 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

En los dos casos el resultado es incierto, pues puede salir una cosa u otra, por eso decimos que el resultado depende del azar.

A los fenómenos cuyo resultado depende del azar, como lanzar una moneda al aire o lanzar un dado, los llamamos **fenómenos aleatorios**, y a cada resultado posible, **suceso**.

1. Porque cada vez que se realizan se pueden obtener resultados diferentes.

actividades

1. ¿Cuáles de los siguientes fenómenos son aleatorios? ¿Por qué?
 - a. Tener 13 aciertos en una quiniela.
 - b. Comprar una botella de agua de un litro.
 - c. Elegir una carta de la baraja y que salgan oros.
 - d. Abrir un libro y que la primera palabra de la página empiece por B.
 - e. Lanzar una piedra.
 - f. Subir a un edificio en ascensor y parar en la cuarta planta.

2. Calcula los sucesos que pueden darse en cada uno de estos fenómenos aleatorios.

- a. El resultado de una quiniela.
1, X, 2
- b. La nota de un examen puntuada de 1 a 10.
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
- c. El color de un semáforo.
rojo, amarillo, verde
- d. La posición de una ruleta dividida en 5 partes.
0, 1, 2, 3, 4, 5
- e. El lanzamiento de un dado de 8 caras.
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

3. Lanza un dado 15 veces y completa esta tabla en tu cuaderno con los resultados obtenidos. Después, contesta a las preguntas. Respuesta libre

Sucesos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1		
2		
3		
4		
5		
6		

- a. ¿Qué dato representa la moda? Respuesta libre
 - b. Calcula la mediana de los resultados obtenidos. Respuesta libre
 - c. ¿Cuál es el rango de esta serie de números? Respuesta libre
4. Calcula los sucesos posibles si lanzamos dos monedas al mismo tiempo.






Cara y cara, cara y cruz, cruz y cara, cruz y cruz

5. ¿Cuántos sucesos pueden darse en el fenómeno aleatorio «lanzar dos dados de 6 caras y obtener un número par»? 18

1,1 1,3 1,5
2,2 2,4 2,6
3,1 3,3 3,5
4,2 4,4 4,6
5,1 5,3 5,5
6,2 6,4 6,6

Suceso seguro, suceso probable y suceso imposible

En los fenómenos aleatorios hay sucesos que ocurren siempre, sucesos que es posible que ocurran y sucesos que no pueden ocurrir.

		
Sacar un chicle de menta es un suceso seguro, pues es algo que ocurre siempre.	Sacar un chicle de fresa es un suceso probable, pues puede ocurrir o no.	Sacar un chicle de menta es un suceso imposible, pues no puede ocurrir nunca.

En un fenómeno aleatorio, un suceso es seguro si ocurre siempre, probable si puede o no ocurrir e imposible si no ocurre nunca.

actividades

- 1 Clasifica estos sucesos en seguro, probable o imposible.

- Lanzar una moneda y que salga cara. Probable
- Lanzar una moneda y que salga cara o cruz. Seguro
- Lanzar un dado y que salga 1, 2, 3, 4, 5 o 6. Seguro
- Lanzar un dado y que salga 5. Probable
- Lanzar una moneda y que salga cara y cruz. Imposible

- 2 Fíjate en el cuadro de mandos de la nave y escribe un suceso imposible, uno probable y otro seguro.



Imposible → pulsar un botón amarillo.

Probable → pulsar un botón rojo.

204 Seguro → pulsar un botón que no sea blanco.

- 3 Observa la diana y realiza estos apartados.



4 sucesos

Pinchar en rojo, azul, verde o naranja.

- ¿Cuántos sucesos pueden ocurrir al lanzar un dardo? ¿Cuáles?
- Escribe cómo son cada uno de estos sucesos:
 - Que salga azul. Probable
 - Que salga negro. Imposible

- 4 La dueña de un kiosco tiene en el mostrador 5 cajas de piruletas de sabores: fresa, menta, limón, naranja y regaliz. Si Paula quiere comprarse una piruleta, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.



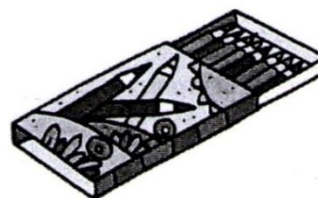
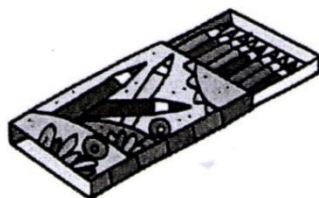
- V a. Es probable que compre una piruleta de fresa.
- V b. Es imposible que compre una piruleta de melón.
- V c. Es seguro que compre una piruleta.
- V d. Puede comprarse una piruleta de fresa, de menta, de limón, de naranja o de regaliz.

Cálculo de probabilidades



Julia y Lorenzo tienen una caja de lápices de colores. Si cada uno saca al azar un lápiz de su caja, ¿qué probabilidad tienen de sacar un lápiz naranja?

Para calcularlo necesitamos saber cuántos lápices de color naranja tiene cada uno en su caja.



- a) Roja $\rightarrow \frac{4}{12}$ Azul $\rightarrow \frac{3}{12}$
Verde $\rightarrow \frac{5}{12}$ Amarilla $\rightarrow \frac{0}{12} = 0$
- b) Roja $\rightarrow \frac{5}{12}$ Azul $\rightarrow \frac{4}{12}$
Verde $\rightarrow \frac{1}{12}$ Amarilla $\rightarrow \frac{2}{12}$
- c) Roja $\rightarrow \frac{3}{12}$ Azul $\rightarrow \frac{2}{12}$
Verde $\rightarrow \frac{6}{12}$ Amarilla $\rightarrow \frac{1}{12}$

Julia tiene en su caja 2 lápices naranjas. Luego la probabilidad de que saque de la caja un lápiz naranja es de $\frac{2}{8}$, 2 de 8.

Lorenzo tiene en su caja 3 lápices naranjas. Luego la probabilidad de que saque de la caja un lápiz naranja es de $\frac{3}{8}$, 3 de 8.

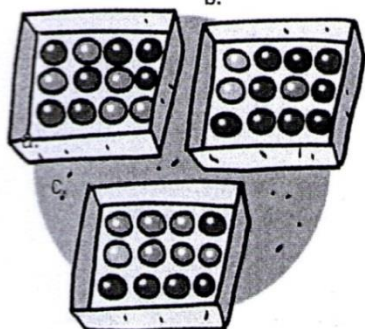
La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

Probabilidad de un suceso = $\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} \rightarrow \frac{2}{8} = 0,25$

actividades

- 1 Escribe la probabilidad que hay de extraer una bola roja, verde, azul o amarilla de cada una de estas cajas.

b.



- 2 Al lanzar una moneda, ¿qué probabilidad hay de que salga cara? Elige la respuesta correcta.

- a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{2}{2}$ c. $\frac{2}{1}$

- 3 Responde a estas preguntas razonando la respuesta.

- a. En una clase de 32 alumnos, 14 chicos y 18 chicas, cada uno escribe su nombre en una papeleta y la introduce en una caja. ¿Qué es más probable, que aparezca el nombre de una chica o de un chico? De una chica, pues $\frac{18}{32} > \frac{14}{32}$
- b. Se lanza un dado de 6 caras. ¿Qué es más probable, que salga el 3 o el 2? Los dos tienen la misma probabilidad.
- c. Si lanzas una ficha cuyas caras son verde y roja, ¿qué color esperas que salga? Verde o rojo

- 4 Observa la ruleta y contesta a las siguientes preguntas.



- a. ¿Cuál es el número de sucesos posibles? 10
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la aguja se pare en color verde? $\frac{4}{10}$
- c. ¿Y de que se pare en color azul? $\frac{3}{10}$
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que se pare en color verde o amarillo? $\frac{6}{10}$

Resuelvo problemas

Elegir la estrategia más adecuada y explicar el proceso seguido

Durante un fin de semana un museo de ciencia y tecnología ha recibido 14600 visitas. El sábado lo visitaron el 42% y el domingo, el resto. Si cada entrada cuesta 16,75 €, ¿cuánto dinero se recaudó el domingo?

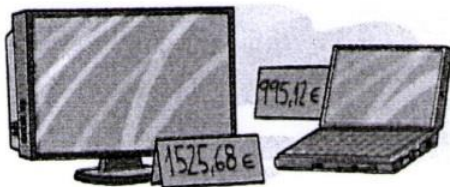
Resolvemos el problema siguiendo estos pasos.

- Leemos el enunciado hasta comprenderlo e identificamos la **pregunta**.
¿Cuánto dinero se recaudó el domingo?
- Después, buscamos los **datos necesarios** para resolverla.
N.º de visitantes durante el fin de semana → 14600
N.º de visitantes el sábado → 42%
Precio de la entrada → 16,75 €
- Utilizamos esos datos para **operar** y obtener la solución.
N.º de visitas el sábado → $42\% \text{ de } 14600 = 14600 \times 0,42 = 6132$
N.º de visitas el domingo → $14600 - 6132 = 8468$
Recaudación del domingo → $8468 \times 16,75 \text{ €} = 141839$
- Por último, escribimos la **solución** del problema.
El domingo recaudaron un total de 141839 €.



Aplico la estrategia

- 1 El 22% de los asistentes a un concierto de música clásica son niños, el 40% son mujeres y el resto, hombres. Si se han contabilizado un total de 14 250 personas, ¿cuántos niños, mujeres y hombres han acudido al concierto?
3 135 niños 5 700 mujeres 5 415 hombres
- 2 Noel cobra semanalmente 326 €, de los cuales ahorra el 18% para sus gastos.



- a. ¿Cuántas semanas necesitará ahorrar para pagar el televisor? ¿Y el ordenador? 17 semanas
- b. Si le hacen un 25% de descuento por la compra de los dos artículos, ¿cuánto pagaría en total?
1 890,60 €

- 3 Un granjero ha construido un pilón de hormigón para que beban sus animales de 2,5 m de largo, 12 dm de ancho y 50 cm de alto.
a. ¿Qué volumen tiene el pilón? $1,5 \text{ m}^3 = 1500 \text{ dm}^3$
b. ¿Cuántos litros de agua serán necesarios para llenarlo?
1500 l
- 4 En una feria de calzado un comerciante ha comprado tres pares de cada muestra para su tienda.



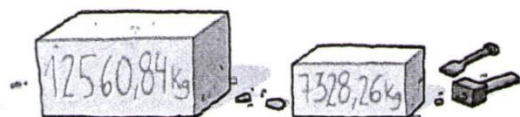
- a. ¿Cuál es el precio medio de un par de zapatos? 61,35 €
- b. ¿Cuál es el rango entre los zapatos más caros y los más baratos? 30,4 €
- c. Si por cada tres pares del mismo artículo le descuentan un 15%, ¿cuánto pagará en total por su compra?
625,77 €

media = 27,5 °C mediana = 27,5 °C rango = 11 °C

- 5 Calcula la media aritmética, la mediana y el rango de las temperaturas de los primeros 12 días de junio, las cuales se representan en la siguiente tabla.

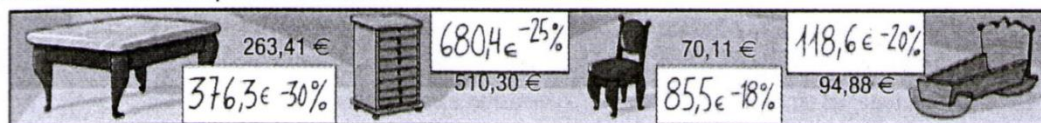
Día del mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Temperatura	30 °C	28 °C	25 °C	27 °C	22 °C	24 °C	29 °C	26 °C	23 °C	32 °C	31 °C	33 °C

- 6 Observa el dibujo y calcula lo que se indica.



- a. La cuarta parte del triple de lo que pesarán estos dos bloques juntos. 14 916,825 kg
b. El doble de la octava parte de lo que pesa cada bloque. 3 140,21 kg y 1 832,065 kg

- 7 En una tienda de muebles de segunda mano han puesto a la venta con grandes descuentos los muebles que han restaurado durante el último mes.

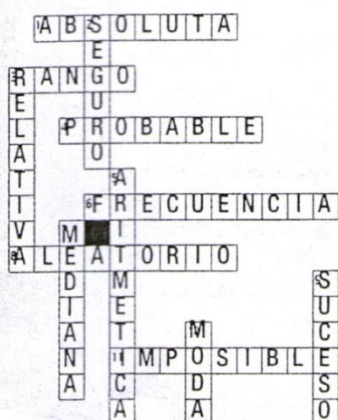


- a. ¿Cuánto cuesta cada producto con el descuento incluido? ¿Cuál es el precio total de todos los objetos del escaparate? 938,70 €
b. Si un cliente compra 6 sillas, 1 mesa y 2 cajoneras, ¿cuánto pagará por todo? 1 704,67 €

Lógica

Crucigrama

- 1 Escribe lo que indica cada oración y después completa en tu cuaderno el crucigrama.



Horizontal

- El número de veces que se repite un suceso lo llamamos frecuencia...
- Diferencia entre el dato mayor y el dato menor de una serie.
- Suceso que puede ocurrir o no ocurrir en un fenómeno aleatorio.
- Número de veces que se repite un dato o suceso.
- El fenómeno cuyo resultado depende del azar es un fenómeno...
- Un suceso que no puede ocurrir decimos que es un suceso...

Vertical

- Un suceso que siempre ocurre decimos que es un suceso...
- El cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos, lo llamamos frecuencia...
- El cociente de la suma de varios datos entre el número de los datos sumados es la media...
- El dato que ocupa el lugar medio de una serie.
- Cada uno de los resultados de un fenómeno aleatorio.
- El dato que tiene mayor frecuencia en una serie.

Cálculo mental



Para aumentar el 1% a una cantidad añadimos a la misma su centésima parte.

$$450 + 1\% = 450 + 450 \times 0,01 = 450 + 4,50 = 454,5$$

Para aumentar el 10% a una cantidad añadimos a la misma su décima parte.

$$450 + 10\% = 450 + 450 \times 0,1 = 450 + 45 = 495$$

Para aumentar el 50% a una cantidad añadimos a la misma su mitad.

$$450 + 50\% = 450 + 450 : 2 = 450 + 225 = 675$$

- 1 Aumenta mentalmente el porcentaje que se indica en cada caso.
 - a. $400 + 1\% = 404$ d. $120 + 1\% = 121,2$ g. $2400 + 1\% = 2424$
 - b. $500 + 10\% = 550$ e. $850 + 10\% = 935$ h. $3400 + 10\% = 3740$
 - c. $420 + 50\% = 630$ f. $640 + 50\% = 960$ i. $4500 + 50\% = 6750$

- 2 Observa las estrategias anteriores y explica cómo aumentarías a una cantidad el 25%. Escribe dos ejemplos y comprueba el resultado con la calculadora. Ej.: $144 + 25\% = 144 + 144 : 4 = 144 + 36 = 180$
 $108 + 25\% = 108 + 108 : 4 = 108 + 27 = 135$

- 3 Aumenta mentalmente el 25% a estas cantidades.
 - a. $820 + 25\% = 1025$ c. $440 + 25\% = 550$ e. $120 + 25\% = 150$
 - b. $480 + 25\% = 600$ d. $4200 + 25\% = 5250$ f. $1200 + 25\% = 1500$

Decamat

1. Al lanzar un dado 20 veces, el número 4 ha salido seis veces y el número 5, tres veces. ¿Cuál ha sido la frecuencia absoluta del 4? ¿Y la del 5?
2. ¿Cómo calculamos la frecuencia relativa del 4 en el lanzamiento de la actividad anterior? Dividiendo la frecuencia absoluta entre el número de lanzamientos $\rightarrow 6 : 20 = 0,3$.
3. Calcula la media aritmética de los precios de tres libros que cuestan 20 €, 42 € y 28 € respectivamente. 30 €
4. En la serie numérica 2, 4, 7, 10, 11, 15 y 18, ¿qué número representa la mediana? El 10
5. En la serie numérica 1, 5, 7, 10, 15, 20, 32 y 50, ¿cuál es el rango? 49
6. ¿Comprar un libro de 12 € es un fenómeno aleatorio? ¿Por qué? No es un fenómeno aleatorio, porque se conoce el resultado.
7. ¿Acertar 14 resultados en una quiniela es un fenómeno aleatorio? ¿Por qué? Sí, porque no se puede predecir el resultado, depende del azar.
8. En el fenómeno aleatorio de lanzar una moneda al aire, ¿cuántos sucesos pueden darse? Dos: cara o cruz
9. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5 en el lanzamiento de un dado? $\frac{1}{6}$
10. En una bolsa hay 3 bolas verdes y 2 rojas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola roja? $\frac{2}{5}$



Si quieres aprender
cosas nuevas sobre el
respeto por otras culturas,
lee *Mi abuela es africana*,
de Annalies Schwarz.
¡Seguro que
te encantará!

¡Prueba
tu ingenio!

Sudoku	4	1	2	3
	2	3	4	1
	3	4	1	2
	1	2	3	4

Queremos repartir cincuenta y seis galletas entre diez animales. Cada animal es un perro o un gato. A cada perro le tenemos que dar seis galletas y a cada gato, cinco. ¿Cuántos perros y cuántos gatos hay?

Perros $\rightarrow 6$
Gatos $\rightarrow 4$



Uso las TIC

Estadística con Excel

Partimos de una tabla de frecuencias. Por ejemplo, esta tabla representa el gasto de una familia en el consumo de electricidad durante los 6 primeros meses del año.

Mes del año	Gasto de electricidad
enero	88 €
febrero	75 €
marzo	67 €
abril	100 €
mayo	92 € *
junio	110 €

Escribes en la celda A1 «Mes del año», y en la B1, «Gasto de electricidad». Después, introduces los valores.

Calculamos la media aritmética

En la celda A9 «Media aritmética»; a continuación, seleccionamos la celda B9 y en la barra de Menú pulsamos sobre la opción Insertar y seguidamente, en el desplegable que ha aparecido, pulsamos sobre la opción Función.



A continuación, en la ventana que nos ha aparecido, seleccionamos la categoría Estadísticas para ver las funciones estadísticas disponibles.



De todas las funciones disponibles tenemos que seleccionar la función Promedio y le damos al botón Aceptar.



Por último, en la nueva ventana que nos ha aparecido titulada «Argumentos de función», tenemos que introducir los valores de los que queremos calcular la media aritmética, por lo que pulsamos sobre el botón de la opción Número 1 y seleccionamos todas las celdas en las que hemos introducido el gasto de electricidad. Al pulsar sobre el botón Aceptar nos aparecerá el valor de la media aritmética.

Calculamos la moda

En primer lugar escribimos en la celda A10 «Moda»; a continuación, seleccionamos la celda B10 y procedemos de forma similar al cálculo de la media aritmética, con la diferencia de que la función que seleccionamos en la ventana Insertar función es la Moda.

Actividades

- 1 Representa en una tabla de frecuencias las piezas de fruta que comen tus compañeros a lo largo de la semana. Después, calcula la media aritmética y la moda utilizando Excel. Realizar con el ordenador.

Aclaro mis ideas

Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

La **frecuencia absoluta** de un suceso es el número de veces que se repite.

La **frecuencia relativa** se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos.

Color del coche que entra en 1 h en un aparcamiento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
rojo	7	7 : 45
negro	15	15 : 45
blanco	23	23 : 45
Total	45	1

Moda

En una serie de datos, la moda la representa el dato de mayor frecuencia absoluta.

Media aritmética

La media aritmética de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

Mediana

La mediana es el valor central de una serie ordenada de datos.

Rango

En una serie de datos ordenados, el rango es la diferencia entre el mayor y el menor.

El azar

Un **fenómeno aleatorio** es aquel cuyo resultado depende del azar.

Un **suceso** es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

Clases de sucesos

Un **suceso** es **seguro** si ocurre siempre.

Un **suceso** es **probable** si puede ocurrir o no.

Un **suceso** es **imposible** si no ocurre nunca.

Cálculo de probabilidades

La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

¡Cuánto he aprendido!

- 1 Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Al número de veces que se repite un suceso lo llamamos frecuencia absoluta, y al cociente entre la frecuencia absoluta y el total de datos lo llamamos frecuencia relativa.
- En una serie de datos la moda la representa el de mayor frecuencia absoluta.
- La media aritmética de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.
- La mediana es el valor central de una serie ordenada de datos.
- En una serie de datos ordenados, el rango es la diferencia entre el mayor y el menor.
- Un fenómeno aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar, y a cada uno de los resultados posibles lo llamamos suceso.
- En un fenómeno aleatorio un suceso es seguro si ocurre siempre, si puede o no ocurrir e imposible si no ocurre nunca.
- La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

- 2 Lee esta poesía y construye una tabla de frecuencias con las vocales que aparecen en ella. ¿Qué vocal representa la moda? La o

Quisiera comprar el tiempo
y tenerlo guardadito,
manejarlo yo a mi antojo,
rápido o despacito.

Hacer largos los veranos,
borrar los peores días,
cambiar los meses de orden
y la noche por el día.

- 3 Calcula la media aritmética de cada uno de estos grupos de valores.

1 200 kg 288 kg 975 kg 1 540 kg 1 000,75 kg

3 429 m 12 392 m 7 431 m 5 739 m 7 247,75 m

345 € 215 € 150 € 670 € 345 €

Vocal	Frec. abs.	Frec. relat.
a	19	$19 : 69 = 0,28$
e	17	$17 : 69 = 0,25$
i	10	$10 : 69 = 0,14$
o	21	$21 : 69 = 0,30$
u	2	$2 : 69 = 0,03$
Total	69	1

- 4 Al sacar una bola de esta bolsa, ¿cuántos sucesos pueden darse? ¿Cuáles? Sacar una bola roja, sacarla azul, sacarla amarilla y sacarla verde.



- 5 Para financiar un viaje de fin de curso se han hecho 100 participaciones para la rifa de una bicicleta. Irene ha comprado 50 papeletas, Pedro, 25, Esperanza, 5, Mario, el resto y Paula, ninguna. Contesta a estas preguntas.

- a. ¿Cuántos sucesos se pueden dar? Que le toque a Irene, a Pedro, a Esperanza o a Mario.

- b. ¿Qué probabilidad tiene cada uno de ganar la rifa?

- 6 En una mercería tienen un cajón lleno de botones de colores y para organizarlos en bolsas la dependienta ha elaborado una tabla de frecuencias absolutas como esta.

20	15	5	10
$\frac{20}{50}$	$\frac{15}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{10}{50}$

- a. ¿Qué probabilidad hay de sacar los botones de cada color?

- b. Observa la tabla y escribe un suceso probable, uno seguro y otro imposible. Probable: sacar un botón de color rojo. Seguro: sacar un botón. Imposible: sacar una cremallera.

- 7 Calcula mentalmente estas expresiones.

- a. $300 + 1\%$ 303 c. $500 + 50\%$ 750
b. $1\ 000 + 10\%$ 1 100 d. $400 + 25\%$ 500

- 8 Alexia, Lucía y Marta compran papeletas para una rifa. Alexia tiene muchas probabilidades de que le toque el premio, a Lucía es poco probable que le toque y Marta tiene más probabilidad de que le toque que a Lucía pero menos que a Alexia. Averigua cómo podrías ponerle valores a este problema para que se pudiese resolver.



Si, por ejemplo, hay 100 papeletas:
Alexia → Casi el total de las papeletas (85)
Lucía → Muy pocas papeletas (10)
Marta → Pocas, pero más que Lucía (5)

Anexo 2 (Ejercicios del libro de actividades 2009, pp.136-142).

1) Luisa ha lanzado 20 veces un dado y ha obtenido los siguientes resultados.

1	3	2	6	5
5	1	6	5	5
4	5	4	4	6
6	4	2	3	5

- Construye una tabla con las frecuencias absolutas y las frecuencias relativas.
 - ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia absoluta?
 - ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia relativa?
 - ¿Qué representa la suma de las frecuencias absolutas?
- 2) Dos alumnas de 6º han pedido a sus compañeros que valorasen del 1 al 6 la ayuda y el apoyo que reciben de sus padres en las tareas del colegio. Los resultados los han representado en esta tabla de frecuencias.

Valoración	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	4	
2	6	
3	15	

- ¿Qué valor representa la moda?
- Calcula las frecuencias relativas y completa la tabla en tu cuaderno.

Media aritmética:

- Tres amigos están leyendo *El Quijote*. En un día, Lina ha leído 54 páginas, Sonia, 76 y Pepe, 38. Calcula la media de páginas leídas por los tres amigos.
- En una competición de saltos de longitud, las marcas obtenidas por los cinco primeros han sido 1'76 m, 2'10 m, 1'65 m, 1'90 m y 1'98m.
 - Ordena los saltos de menor a mayor longitud.
 - Calcula la longitud media de los cinco mejores saltos.

3) Angel y Sonia han comprado tres botellas de agua de 1 l en tres establecimientos distintos. En uno han pagado 1'85 €, en otro 2'10 € y en el tercero 1'40 €. ¿Cuál es el precio medio del litro de agua?

4) Estas son las notas finales de Matemáticas de un grupo de 6º.

4	6	8	7	6	9	6	8	6	5	6	7	8	6
6	8	3	5	8	5	6	4	5	7	6	4	7	5

- Construye una tabla de frecuencias en tu cuaderno..
- ¿Cuántos alumnos hicieron la evaluación final?
- Calcula la media aritmética del total de las calificaciones.
- ¿Cuántos alumnos han obtenido una nota inferior a la media?
- ¿Qué puntuación representa la moda?

5) Rosa pesa 34'780kg. Adela pesa 2'125 Kg más que Rosa y Genoveva.

- ¿Cuál es el peso de Adela y de Genoveva?
- ¿Cuál es el peso medio de las tres chicas?

La mediana:

1) En un párrafo se han contado las vocales y se han obtenido los siguientes datos:

vocal a: 45	vocal e: 11	vocal i: 15	vocal o: 24	vocal u: 8
-------------	-------------	-------------	-------------	------------

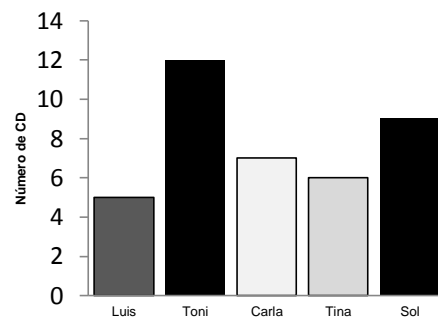
- ¿Qué letra representa la mediana?
 - ¿Cuál es el rango o la diferencia entre el valor máximo y el mínimo?
- 2) Alejandro tiene 10 libros con el siguiente número de páginas: 12, 34, 53, 23, 18, 64, 35, 76, 97 y 22.
- Ordena los libros de menor a mayor número de páginas.
 - Calcula la mediana del número de páginas de los libros.
 - ¿Cuál es el rango de esta serie de números?
 - ¿Cuál es la media de páginas de los libros?

- 3) Esta tabla de frecuencias representa las personas que han visto diariamente la película. El árbol vigilante en una semana. Calcula la mediana y el rango de estos datos.

L	M	X	J	V	S	D
120	180	98	54	76	87	200

- 4) Si en un conjunto impar de números el valor de la median tiene seis números por encima, ¿Cuántos valores forman el conjunto?
- 5) Observa este gráfico de barras que representa el número de CD de música que tiene cada uno de estos niños. Después contesta a las siguientes preguntas.

- a. En este gráfico, ¿quién representa la barra de la mediana?
- a. ¿Qué barra representa la moda?
- b. ¿Cuál es el rango de esta representación?



El azar:

- 1) ¿Cuáles de los siguientes fenómenos son aleatorios? ¿Por qué?
 - a. Tener 13 aciertos en una quiniela.
 - b. Comprar una botella de agua de un litro.
 - c. Elegir una carta de la baraja y que salga oros.
 - d. Abrir un libro y que la primera palabra de la página empiece por B.
 - e. Lanzar una piedra.
 - f. Subir a un edificio en ascensor y parar en la cuarta planta.
- 2) Calcula los sucesos que pueden darse en cada uno de estos fenómenos aleatorios.
 - a. El resultado de una quiniela.
 - b. La nota de un examen puntuada de 1 a 10.
 - c. El color de un semáforo.

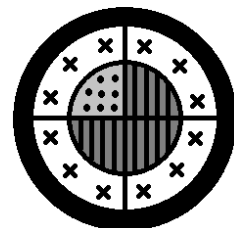
- d. La posición de una ruleta dividida en 5 partes.
- e. El lanzamiento de un dado de 8 caras.
- 3) Calcula los sucesos posibles si lanzamos dos monedas al mismo tiempo.
- 4) Lanza un dado 15 veces y completa esta tabla en tu cuaderno con los resultados obtenidos. Después, contesta a las preguntas.

Sucesos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1		
2		
3		
4		
5		
6		

- a. ¿Qué dato representa la moda?
- b. Calcula la mediana de los resultados obtenidos
- c. ¿Cuál es el rango de esta serie de números?
- 5) ¿Cuántos sucesos pueden darse en el fenómeno aleatorio “lanzar dos dados de 6 caras y obtener un número par”?

Suceso seguro, suceso probable y suceso imposible:

- 1) Clasifica estos sucesos en seguro, probable o imposible.
- a. Lanzar una moneda y que salga cara o cruz.
- b. Lanzar un dado y que salga 1, 2, 3, 4, 5, o 6.
- c. Lanzar un dado y que salga 5.
- d. Lanzar una moneda y que salga cara y cruz.
- 2) Observa la diana y realiza estos apartados.
- a. ¿Cuántos sucesos pueden ocurrir al lanzar un dado? ¿Cuáles?
- b. Escribe como son cada uno de estos sucesos:
- Que salga rayas.
 - Que salga negro.



3) La dueña de un kiosco tiene en el mostrador 5 cajas de piruletas de sabores: fresa, melón, limón, naranja y regaliz. Si Paula quiere comprarse una piruleta, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a. Es probable que compre una piruleta de fresa.
- b. Es imposible que compre una piruleta de melón.
- c. Es seguro que compre una piruleta.
- d. Puede comprarse una piruleta de fresa, de menta, de limón, de naranja o de regaliz.

Cálculo de probabilidades:

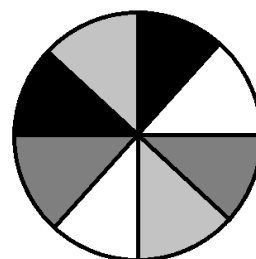
1) Al lanzar una moneda, ¿qué probabilidad hay de que salga cara?

2) Responde a estas preguntas razonando la respuesta.

- a. En una clase de 32 alumnos, 14 chicos y 18 chicas, cada uno escribe su nombre en una papelería y la introduce en una caja. ¿Qué es más probable que aparezca el nombre de una chica o de un chico?
- b. Se lanza un dado de 6 caras. ¿Qué es más probable, que salga 3 o 2?
- c. Si lanzas una ficha cuyas caras son verde y roja, ¿qué color esperas que salga?

3) Observa la ruleta y contesta a las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuál es el número de sucesos posibles?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la aguja se pare en color negro?
- c. ¿Y de que se pare en gris claro?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que se pare en color negro o blanco?



Decamat:

- 1) Al lanzar un dado 20 veces, el número 4 ha salido seis veces y el número 5, tres veces. ¿Cuál ha sido la frecuencia absoluta del 4? ¿y la el 5?
- 2) ¿Cómo calculamos la frecuencia relativa del 4 en el lanzamiento de la actividad anterior?

- 3) Calcula la media aritmética de los precios de tres libros que cuestan 20€, 42€ y 28€ respectivamente.
- 4) En la serie numérica 2, 4, 7, 10, 11, 15 y 18, ¿qué número representan la mediana?
- 5) En la serie numérica 1, 5, 7, 10, 15, 20, 32 y 50 ¿Cuál es el rango?
- 6) ¿Comprar un libro de 12 € es un suceso aleatorio? ¿Por qué?
- 7) ¿Acertar 14 resultados en una quiniela es un fenómeno aleatorio? ¿Por qué?
- 8) En el fenómeno aleatorio de lanzar una moneda al aire, ¿cuántos sucesos pueden darse?
- 9) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5 en el lanzamiento de un dado?
- 9) En una bolsa hay 3 bolas verdes y 2 rojas ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?

Anexo 3. Examen.

1. Construye una tabla de frecuencias con las notas de los controles de matemáticas de un alumno.

8, 7, 7, 5, 4, 9, 4, 6, 9, 7, 7, 8, 6, 5, 3, 7, 8, 6, 6 y 5.

2. Observa los datos del ejercicio anterior y completa.

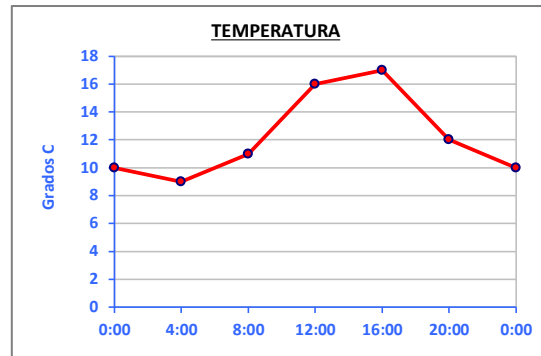
- Identifica la moda.
- Calcula la media aritmética.

3. Observa los datos del ejercicio 1 y resuelve.

- Calcula la mediana.
- Calcula el rango.

- 4y5. Construye una gráfica de barras con los datos del ejercicio 2.(1 los ejes, 1 las barras)

6. Observa la gráfica sobre la temperatura de un día de primavera y calcula la media aritmética.



7. Observa la siguiente gráfica sobre el estudio de los 100 alumnos de 6º de Primaria y contesta:



a. - ¿Cuántos alumnos estudian todos los días.

- Una cuarta parte de los alumnos de 6º estudian.

b. ¿Qué porcentaje de alumnos tiene mal hábito de estudio?

8. Señala los fenómenos aleatorios. (1 error 0'5).

☐ Que se me caiga el teléfono.

☐ Que me toque la lotería

☐ Que me dé la tos en clase

☐ Que salga el 1 al lanzar el dado

9. Escribe cómo son los siguientes sucesos al lanzar un dado de parchís.

- Que salga un 5.
- Que salga un 7.
- Que salga un 3, 4 ó 5.
- Que alga un 0.
- Que salga un 1, 2, 3, 4, 5 ó 6.

10. Calcula la probabilidad.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que te toque a ti la consola de videojuegos que va a sortear el colegio para todos los alumnos de sexto?

b. ¿Y de que le toque a un alumno de tu clase?